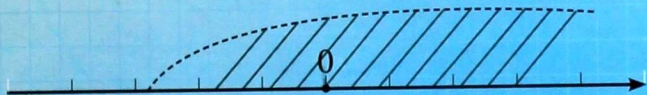


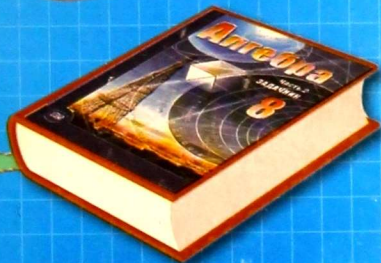
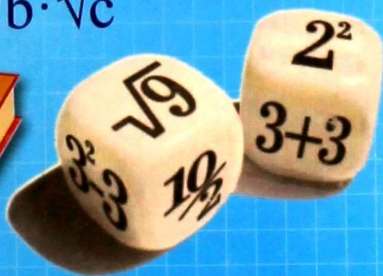
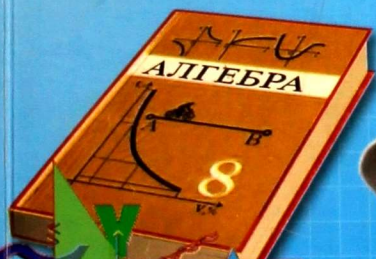
М. СУЛТАНБАЕВ

АЛГЕБРА

БОЮНЧА
МААЛЫМДАМА



$$\sqrt{a \cdot b \cdot c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$$



УДК: 33
ББК: 22,1 Кырг.
С-49.

Рецензенттер: **К. С. Алыбаев** – физика-математика илимдеринин доктору, профессор;

Е. Е. Син – педагогика илимдеринин доктору, профессор;

К. Ө. Самсалиева – КББАнын табигый-математикалык лабораториясынын илимий кызматкери.

КББАнын окумуштуулар кеңешинин 2016-жылдын 30-ноябрь №10 жыйынынын токтомунда бекитилген.

С-49

Султанбаев Маданбек.

Алгебра. Маалымдама. 8-класс. – Б.: 2017. 104 б.

ISBN 978-9967-

Бул «Алгебра боюнча маалымдама» китеби, жалпы билим берүүчү орто мектептердин окуучуларына жана жаш математика мугалимдерине колдонмо катары арналат.

Китепте ар түрдүү татаалдыктагы маселе-мисалдар чыгарылыштары менен берилген. Бул, окуучулардын өз алдынча билимин өркүндөтүүгө өбөлгө түзөт.

ISBN 978-9967-

© Султанбаев М., 2017

Кириш сөз

Кымбаттуу окуучулар! Колуңардагы «Алгебра боюнча маалымдама» китеби жалпы билим берүүчү орто мектептердин 8-классынын программалык материалдарына негизделип түзүлдү.

Китепте рационалдык бөлчөктөр, барабарсыздыктар, бүтүн көрсөткүчтүү даража, квадраттык тамыр, квадраттык теңдемелер жөнүндө баяндалып, бул жөнүндөгү теориялык билимди практика жүзүндө көнүгүүлөрдү аткарууда, маселелерди чыгарууда кантип колдонуунун жолдору көптөгөн маселе-мисалдардын чыгарылыштарында көрсөтүлдү.

Маалымдама китептен силер мектептен алып жаткан алгебра боюнча билимдериңерди өз алдыңарча оркундомтүүнүн китеп менен иштөөнүн жол-жоболорун үйрөнөсүңөр.

Китепте жеңил, орто, татаал маселе-мисалдардын чыгарылыштары окуу китебинде берилген көнүгүүлөргө окшоштурулуп берилди. Бул, силерге үй тапшырмаларын аткарууда бир топ жеңилдиктерди жаратат.

Силерге илим-билим жолунда ак жол, албан-албан ийгиликтерди каалайм.

Автор.

Китеп боюнча ойлорду жана сын-пикирлерди
«Кут-Билим сабак» гезитине бериңиздер.
Байланыш телефон: **0554 44 06 28.**

І глава

Рационалдык бөлчөктөр

1.1. Рационалдык туюнтмалар

$5x^2+12x-8$ жана $\frac{x(x+y)}{3} + xy$ сыяктуу бүтүн туюнтмалар менен кошуу, кемитүү, көбөйтүү амалдарын аткара билүүнү силер мурда үйрөнгөнсүңөр.

Кошуу, кемитүү, көбөйтүү амалдарынан башка өзгөрмөлөрү болуу амалын камтыган туюнтмалар кездешет.

Мисалы: $\frac{x^2}{x-2}$; $\frac{(y-1)(y+1)}{y^2}$ сыяктуу туюнтмалар. Бөлүмүндө өзгөрмөнү камтыган мындай туюнтмалар бөлчөктүү туюнтмалар болуп эсептелет.

Аныктама.

Бүтүн жана бөлчөктүү туюнтмалар рационалдык туюнтмалар деп аталат.

Мисалы: $6x^2 + 2x - 5$; $\frac{4}{7}ab - \frac{a+b}{5}$ бүтүн туюнтмалар; $\frac{2x^3-7x+3}{x^2-6}$; $\frac{x^4y-y^4x}{x(y-1)}$ бөлчөктүү туюнтмалар. Алымы да бөлүмү да көп мүчө болгон мындай туюнтмалар рационалдык бөлчөк деп аталат.

Бөлчөктүү туюнтмалар ар дайым эле мааниге ээ боло бербейт. Өзгөрмөнүн кээ бир маанилеринде мааниге ээ болбой калат.

Мисалы: $\frac{x^3-5}{x-1}$ бөлчөгү $x=1$ болгондо мааниге ээ болбойт. Анткени $x=1$ болсо, бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланат.

Туюнтма мааниге ээ болгон өзгөрмөнүн маанилеринин көптүгү өзгөрмөнүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилери деп аталат.

Жогорку мисалда x өзгөрмөсүнүн мүмкүн болгон маанилери 1 ден башка бардык сандар болот.

Мисалдар чыгаруу.

1-мисал. Бүтүн жана бөлчөктүү туюнтмаларды айрым-айрым жазгыла.

$$5x^2 + 2x - 1; \frac{x^4-2x^2}{3}; \frac{a(a+1)-2a}{a-1}; \frac{1}{y} + \frac{y+1}{y^2}; \frac{2}{5}m^3 + \frac{3}{4}m - 0,5.$$

Чыгаруу:

Бүтүн туюнтмалар: $5x^2 + 2x - 1$; $\frac{x^4 - 2x^2}{3}$; $\frac{2}{5}m^3 + \frac{3}{4}m - 0,5$.

Бөлчөктүү туюнтмалар: $\frac{1}{y} + \frac{y+1}{y^2}$; $\frac{a(a+1)-2a}{a-1}$.

2-мисал. Төмөнкү туюнтмалардын маанилерин тапкыла.

а) $x=2$ болсо, $\frac{3x-1}{2x+1}$; б) $m = (-3)^a$; болсо $\frac{m^2+1}{2m-9}$.

Чыгаруу: Өзгөрмөнүн ордуна берилген маанилерди коюп эсептөө жүргүзөбүз.

а) $x=2$; $\frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{6 - 1}{4 + 1} = \frac{5}{5} = 1$

б) $m = -3$; $\frac{(-3)^2 + 1}{2 \cdot (-3) - 9} = \frac{9 + 1}{-6 - 9} = \frac{10}{-15} = -\frac{2}{3}$;

3-мисал. $\frac{1}{1+\alpha} \approx 1 - \alpha$ жакындатылган барабардыгын колдонуп, төмөнкү бөлчөктүн маанилерин тапкыла.

а) $\frac{1}{1,03}$; б) $\frac{1}{1,001}$; в) $\frac{1}{0,98}$; г) $\frac{1}{0,999}$.

Чыгаруу:

а) $\frac{1}{1,03} = \frac{1}{1+0,03} \approx 1 - 0,03 \approx 0,97$;

б) $\frac{1}{1,001} = \frac{1}{1+0,001} \approx 1 - 0,001 \approx 0,99$;

в) $\frac{1}{0,98} = \frac{1}{1+(-0,02)} \approx 1 - (-0,02) \approx 1 + 0,02 \approx 1,02$

г) $\frac{1}{0,99} = \frac{1}{1+(-0,01)} \approx 1 - (-0,01) = 1 + 0,01 \approx 1,001$.

4-мисал. Өзгөрмөнүн кайсы маанилеринде төмөнкү рационалдык туюнтма мааниге ээ болот?

а) $\frac{2x}{x-5}$; б) $\frac{5-3a}{10+a^2}$; в) $\frac{m^2-1}{m+7} - \frac{m^2}{m-2}$; г) $\frac{7y-4}{y(y+3)}$.

Чыгаруу: а) $\frac{2x}{x-5}$. Бөлчөк мааниге ээ болуш үчүн анын бөлүмү нөлдөн айырмалуу болуусу керек. Бөлчөктүн бөлүмү x ти кандай маанилеринде нөлгө айланарын табыш үчүн $x-5=0$ теңдемесин чыгаруу керек.

$$x=5.$$

Демек x өзгөрмөсүнүн маанилери 5 тен башка бардык сандар.

б) $\frac{5-3a}{10+a^2}$ бөлчөгүнүн бөлүмү $10 + a^2$.

$10 + a^2 = 0$, $a^2 = -10$ бул теңдеме мааниге ээ болбойт, демек; анын бардык маанилеринде туюнтма мааниге ээ болот.

$$в) \frac{m-1}{m+7} - \frac{m^2}{m-2} \text{ бөлчөгүнүн бөлүмдөрү } m+7, m-2$$

туюнтмалары

$$m+7=0, \quad m-2=0, \text{ теңдемелерин чыгарабыз.}$$

$$m=-7; \quad m=2.$$

Демек, -7 жана 2 сандарынан башка m дин бардык маанилеринде бөлчөк мааниге ээ болот.

г) $\frac{7y-4}{y(y+3)}$; y тин кайсы маанилеринде бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланарын табыш үчүн. $y(y+3)=0$ теңдемесин чыгарып алабыз.

$y=0$; $y+3=0$; $y=-3$ демек 0 жана -3 төн башка бардык сандар туюнтманын аныкталуу областы болот.

5-мисал. Өзгөрмөнүн кандай маанилеринде төмөнкү туюнтмалар нөлгө барабар болот.

$$а) \frac{3x-9}{11}; \quad б) \frac{x(x-5)}{x+5};$$

Чыгаруу: $\frac{3x-9}{11}$ туюнтмасы нөлгө барабар болуш үчүн

$$3x-9=0 \text{ болуш керек.}$$

$$3x=9$$

$$x=3$$

демек $x=3$ болсо, берилген туюнтма нөлгө барабар болот.

$$б) \frac{x(x-5)}{x+5}; \quad x(x-5)=0x$$

$$x=0; \quad x-5=0, \quad x=5$$

демек туюнтма $x=0$, $x=5$ болгондо нөлгө барабар.

1.2. Бөлчөктөрдү кыскартуу.

Бөлчөктүн негизги касиети

Эгерде бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн бир эле нөлдөн айырмалуу санга көбөйтсөк же бөлсөк, анда анын мааниси өзгөрбөйт.

$$\text{Мисалы: } \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \frac{4}{5}; \quad \frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{15}{21}; \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}; \quad \frac{n}{m} = \frac{kn}{km};$$

Аныктама.

Өзгөрмөнүн бардык мүмкүн болгон маанилери үчүн аткарылган барабардык – теңдештик деп аталат.

Туянтманы ага теңдеш туянтма менен алмаштыруу теңдеш өзгөртүү деп аталат.

Мисалы: $\frac{x^2-16}{3x+12}$ бөлчөгүн кыскарткыла.

Чыгаруу: $\frac{x^2-16}{3x+12} = \frac{(x+4)(x-4)}{3(x+4)} = \frac{x-4}{3}$;

Ошентип $\frac{x^2-16}{3x+12} = \frac{x-4}{3}$ болот. Берилген туянтма теңдеш өзгөртүлдү.

Мисалдар чыгаруу.

1-мисал. Бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн жалпы көбөйтүүчүлөргө ажыратып, аларды кыскарткыла.

а) $\frac{3x}{5x}$; б) $\frac{12x}{16x}$; в) $\frac{10bc}{15ab}$; г) $\frac{12m^2n}{18mn^2}$

Чыгаруу: а) $\frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$; б) $\frac{12x}{16x} = \frac{3 \cdot 4x}{4 \cdot 4x} = \frac{3}{4}$; в) $\frac{10bc}{15ab} = \frac{2c \cdot 5b}{3a \cdot 5b} = \frac{2c}{3a}$;

г) $\frac{12m^2n}{18mn^2} = \frac{2m \cdot 6mn}{3n \cdot 6mn} = \frac{2m}{3n}$.

2-мисал. Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

а) $\frac{18a^4b^3}{27a^7b^5}$ б) $\frac{5(x-3)}{x(x-3)}$ в) $\frac{4m+12n}{8mn}$ г) $\frac{x^2-5y}{x^3-5x^2y}$

д) $\frac{a^2-25}{3a+15}$ е) $\frac{a^2+6a+9}{a^2-9}$ ж) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$ з) $\frac{a^2+10ab+25b^2}{3a^2+15ab}$

Чыгаруу:

а) $\frac{18a^4b^3}{27a^7b^5} = \frac{2}{3a^3b^2}$; б) $\frac{5(x-3)}{x(x-3)} = \frac{5}{x}$; в) $\frac{4m+12n}{8mn} = \frac{4(m+3n)}{8mn} = \frac{m+3n}{2mn}$;

г) $\frac{x^2-5y}{x^3-5x^2y} = \frac{x^2-5y}{x^3(x^2-5y)} = \frac{1}{x^3}$; д) $\frac{a^2-25}{3a+15} = \frac{(a-5)(a+5)}{3(a+5)} = \frac{a-5}{3}$;

е) $\frac{a^2+6a+9}{a^2-9} = \frac{(a+3)(a+3)}{(a-3)(a+3)} = \frac{a+3}{a-3}$; ж) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3} =$

$\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} = \frac{1}{x+y}$; з) $\frac{a^2+10ab+25b^2}{3a^2+15ab} = \frac{(a+5b)^2}{3a(a+5b)} = \frac{a+5b}{3a}$;

3-мисал. Бөлчөктүн маанисин тапкыла.

а) $\frac{m^2+8mn+16n^2}{3m^2+12mn}$, эгер $m = 5$, $n = 3$ болсо.

б) $\frac{a^8+a^5}{a^6+a^2}$, эгер $a = \frac{1}{2}$ болсо.

Чыгаруу:

$$а) \frac{m^2+8mn+16n^2}{3m^2+12mn} = \frac{(m+4n)^2}{3m(m+4n)} = \frac{m+4n}{3m} = \frac{5+4 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{5+12}{15} = \frac{17}{15} = 1 \frac{2}{15}.$$

$$б) \frac{a^8+a^5}{a^6+a^3} = \frac{a^5(a^3+1)}{a^3(a^3+1)} = \frac{a^2}{1} = a^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

1.1.-1.2. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

1. Төмөнкү туюнтмалардын кайсылары бүтүн, кайсылары бөлчөктүү туюнтмалар.

$$5x^2 + 7x - 1; \frac{(x+3)(x-4)}{x-2}; \frac{5}{a} + \frac{a}{a^2+b}; \frac{2x^3-5}{8}; \frac{3a+2b^2}{7}; 0,5m^2 - \frac{1}{2}n.$$

Чыгаруу: $5x^2 + 7x - 1; \frac{2x^3-5}{8}; \frac{3a+2b^2}{7}; 0,5m^2 - \frac{1}{2}n$ -бүтүн

туюнтмалар $\frac{(x+3)(x-4)}{x-2}; \frac{5}{a} + \frac{a}{a^2+b}$; бөлчөктүү туюнтмалар.

2. Эгерде $m=3$ болсо $\frac{2m-3}{m+1}$ туюнтмасынын, $a=1,7$ болсо $a + \frac{7}{a-1}$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

$$\text{Чыгаруу: } m=3, \frac{2m-3}{m+1} = \frac{2 \cdot 3 - 3}{3+1} = \frac{6-3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$a = 1,7, a + \frac{7}{a-1} = 1,7 + \frac{7}{0,7} = 1,7 + 10 = 11,7.$$

3. Эгерде $x=4; y=-2$ болсо, $\frac{(x+y)^2-3}{4^2-(-2)^2}$ бөлчөгүнүн маанисин тапкыла.

$$\text{Чыгаруу: } \frac{(x+y)^2-3}{4^2-(-2)^2} = \frac{(4+(-2))^2-3}{4^2-(-2)^2} = \frac{2^2-3}{16-4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12};$$

4. $\frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha$. жакындатылган барабардыгын пайдаланып, төмөнкү бөлчөктөрдүн маанилерин тапкыла.

$$а) \frac{1}{1,02}; б) \frac{1}{1,1}; в) \frac{1}{0,97}; г) \frac{1}{0,998}.$$

$$\text{Чыгаруу: } а) \frac{1}{1,02} = \frac{1}{1+0,02} \approx 1 - 0,02 \approx 0,98.$$

$$б) \frac{1}{1,1} = \frac{1}{1+0,1} \approx 1 - 0,01 \approx 0,99.$$

$$в) \frac{1}{0,97} = \frac{1}{1+(-0,03)} \approx 1 - (-0,03) = 1,03.$$

$$г) \frac{1}{0,998} = \frac{1}{1+(-0,002)} \approx 1 - (-0,002) = 1,002.$$

5. Төмөнкү туюнтмалардагы өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилерин көрсөткүлө.

а) $2x^2 - 7x + 5$; б) $\frac{3}{4x-1}$; в) $\frac{20x+31}{9}$; г) $\frac{x^2+5}{x(x-3)}$; д) $\frac{x-3}{x^2-16}$;

Чыгаруу: а) $2x^2 - 7x + 5$ бүтүн туюнтма, өзгөрмөнүн мүмкүн болгон маанилери, бардык сандар.

б) $\frac{3}{4x-1}$ бөлчөгүндө $4x - 1 \neq 0$ болуш керек.

Демек $4x-1=0$

$$4x=1$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ болгондо, бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланат. } \frac{1}{4} \text{ ден}$$

башка бардык сандар x тин мүмкүн болгон маанилери болот.

в) $\frac{20x+31}{9}$ бул бүтүн туюнтма. x тин мүмкүн болгон маанилери бардык сандар.

г) $\frac{x^2+5}{x(x-3)}$; $x(x-3) = 0$ теңдемесин чыгарабыз

$$x=0; x-3=0,$$

$$x=3.$$

Бөлчөктүн бөлүмү $x=0$ жана $x=3$ болгондо нөлгө айланат.

Демек x тин мүмкүн болгон мааниси 0 жана 3 төн башка бардык сандар.

д) $\frac{x-3}{x^2-16}$; $x^2 - 16 = 0$ теңдемени чыгарабыз

$$(x-4)(x+4)=0,$$

$$x-4=0 \quad x=4,$$

$$x+4=0 \quad x=-4. \text{ Бөлчөктүн бөлүмү } x=4 \text{ жана } x=-4$$

болгондо нөлгө айланат.

Демек x тин мүмкүн болгон маанилери 4 жана -4 төн башка бардык сандар.

6. а) $y = \frac{5}{x-17}$; б) $y = \frac{6x-5}{x(x+3)}$ функцияларынын аныкталуу

областын тапкыла.

Чыгаруу: а) $y = \frac{5}{x-17}$; Бул функция бөлчөктүү туюнтма менен берилген. $x-17=0$ теңдемени чыгарабыз.

$$x=17$$

Демек функция $x=17$ болгондо мааниге ээ болбойт.

Анын аныкталуу областы 17 ден башка бардык сандар.

б) $y = \frac{6x-5}{x(x+3)}$; x тин кандай маанилеринде бөлүмдүн нөлгө айланышын табабыз.

Ал үчүн $x(x+3)=0$ теңдемени чыгарабыз

$$x=0$$

$$x+3=0 \quad x=-3 \text{ демек. Бул функциянын аныкталган}$$

областы 0 жана 3 төн башка бардык сандар.

7. Бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн жалпы көбөйтүүчүлөргө ажыратып, бөлчөктөрдү кыскарткыла.

$$\text{а) } \frac{14a}{21a}; \text{ б) } \frac{12xy}{20x^2y}; \text{ в) } \frac{-9ab}{12ac}; \text{ г) } \frac{16x^3y^3}{24xy^4}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{14a}{21a} = \frac{2 \cdot 7a}{3 \cdot 7a} = \frac{2}{3}; \quad \text{б) } \frac{12xy}{20x^2y} = \frac{3 \cdot 4xy}{5x \cdot 4xy} = \frac{3}{5x};$$

$$\text{в) } \frac{-9ab}{12ac} = \frac{-3b \cdot 3a}{4c \cdot 3a} = \frac{-3b}{4c} = -\frac{3b}{4c}; \quad \text{г) } \frac{16 \cdot x^3y^3}{24xy^4} = \frac{2x^2 \cdot 8xy^3}{3y \cdot 8xy^3} = \frac{2x^2}{3y}.$$

8. Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

$$\text{а) } \frac{18x^4y^4}{30x^2y^3}; \quad \text{г) } \frac{20x(x-y)}{35y(x-y)};$$

$$\text{б) } \frac{-ax^3}{x^4y}; \quad \text{д) } \frac{2ab(x+5)}{a^2b};$$

$$\text{в) } \frac{-19a^5b^8}{-38a^2b^7}; \quad \text{е) } \frac{7(x-1)}{c(x-1)}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{18x^4y^4}{30x^2y^3} = \frac{3x^2y}{5}; \quad \text{г) } \frac{20x(x-y)}{35y(x-y)} = \frac{4x}{7y};$$

$$\text{б) } \frac{-ax^3}{x^4y} = -\frac{a}{xy}; \quad \text{д) } \frac{2ab(x+5)}{a^2b} = \frac{2(x+5)}{a};$$

$$\text{в) } \frac{-19a^5b^8}{-38a^2b^7} = \frac{a^3b}{2}; \quad \text{е) } \frac{7(x-1)}{c(x-1)} = \frac{7}{c}.$$

9. Тийиндилерди бөлчөк түрүндө жазгыла жана ошол бөлчөктү кыскарткыла.

$$\text{а) } 8a^4b^5: (4ab^6);$$

$$\text{б) } -42x^6y: (14x^4y^3);$$

$$\text{в) } (4x^2 - y^2): (2x + y);$$

$$\text{г) } (x^3 + 27): (2x + 6);$$

$$\text{Чыгаруу: а) } 8a^4b^5: (4ab^6) = \frac{8a^4b^5}{4ab^6} = \frac{2a^3}{b};$$

$$\text{б)} -42x^6y : (14x^4y^3) = \frac{-42x^6y}{14x^4y^3} = \frac{-3x^2}{y^2};$$

$$\text{в)} (4x^2 - y^2) : (2x + y) = \frac{(4x^2 - y^2)}{2x + y} = \frac{(2x + y)(2x - y)}{2x + y} = 2x - y;$$

$$\text{г)} (x^3 + 27) : (2x + 6) = \frac{(x^3 + 27)}{(2x + 6)} = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}{2(x + 3)} = \frac{x^2 - 3x + 9}{2};$$

10. Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

$$\text{а)} \frac{a-5}{5-a}; \quad \text{б)} \frac{a(3x-y)}{b(y-3x)}; \quad \text{в)} \frac{(x-y)^2}{y-x}; \quad \text{г)} \frac{(x-y)^2}{(y-x)^2}; \quad \text{д)} \frac{(m+n)^2}{(-m-n)^2};$$

$$\text{е)} \frac{6a^2 - 6b^2}{a^2 - 2ab + b^2}; \quad \text{ж)} \frac{a^8 + a^6}{a^6 + a^4}; \quad \text{з)} \frac{x^2 - 6x + 9}{27 - x^3}; \quad \text{и)} \frac{m^{12} - n^8}{n^4 - m^6}.$$

Чыгаруу: а) $\frac{a-5}{5-a} = \frac{a-5}{-(a-5)} = -1;$

$$\text{б)} \frac{a(3x-y)}{b(y-3x)} = \frac{a(3x-y)}{-b(3x-y)} = -\frac{a}{b};$$

$$\text{в)} \frac{(x-y)^2}{y-x} = \frac{(y-x)^2}{y-x} = y - x;$$

$$\text{г)} \frac{(x-y)^2}{(y-x)^2} = \frac{(x-y)^2}{(x-y)^2} = 1;$$

$$\text{д)} \frac{(m+n)^2}{(-m-n)^2} = \frac{(m+n)^2}{(m+n)^2} = 1;$$

$$\text{е)} \frac{6a^2 - 6b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{6(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} = \frac{6(a+b)}{(a-b)};$$

$$\text{ж)} \frac{a^8 + a^6}{a^6 + a^4} = \frac{a^6(a^2 + 1)}{a^4(a^2 + 1)} = \frac{a^6}{a^4} = a^2;$$

$$\text{з)} \frac{x^2 - 6x + 9}{27 - x^3} = \frac{(3-x)^2}{(3-x)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{3-x}{x^2 + 3x + 9};$$

$$\text{и)} \frac{m^{12} - n^8}{n^4 - m^6} = \frac{(m^6)^2 - (n^4)^2}{-(m^6 - n^4)} = \frac{(m^6 - n^4)(m^6 + n^4)}{-(m^6 - n^4)} = -m^6 - n^4.$$

11. а) $\frac{y}{3x}$ бөлчөгүн $6x^3$ бөлүмүнө.

б) $\frac{x}{x-y}$ бөлчөгүн $(x-y)^2$ бөлүмүнө.

в) $\frac{x}{a+3}$ бөлчөгүн $a^2 - 9$ бөлүмүнө.

г) $\frac{3y}{a-1}$ бөлчөгүн $a^3 - 1$ бөлүмүнө келтиргиле.

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{y}{3x} = \frac{y \cdot 2x^2}{3x \cdot 2x^2} = \frac{2yx^2}{6x^3}$$

$$\text{б) } \frac{x}{x-y} = \frac{x(x-y)}{(x-y)(x-y)} = \frac{x(x-y)}{(x-y)^2}$$

$$\text{в) } \frac{x}{a+3} = \frac{x(a-3)}{(a+3)(a-3)} = \frac{x(a-3)}{a^2-9}$$

$$\text{г) } \frac{3y}{a-1} = \frac{3y(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{3y(a^2+a+1)}{a^3-1}$$

1.3. Бөлүмдөрдү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү. Эреже

Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу үчүн алардын алымдарын кошуш, ал эми бөлүмүн өзгөрүүсүз калтырат.

$$\text{Мисалы: } \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3+1}{10} = \frac{4}{10}; \quad \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}; \quad \frac{5}{3x} + \frac{8}{3x} = \frac{5+8}{3x} = \frac{13}{3x}$$

Бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитүү үчүн биринчи бөлчөктүн алымынан экинчи бөлчөктүн алымы кемитилип, бөлүмү өзгөрүүсүз калтырылат.

$$\text{Мисалы: } \frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9}; \quad \frac{12}{x} - \frac{5}{x} = \frac{12-5}{x} = \frac{7}{x};$$

$$\frac{4x}{5y} - \frac{x}{5y} = \frac{4x-x}{5y} = \frac{3x}{5y};$$

Мисалдарды чыгаруу

1). Амалдарды аткаргыла.

$$\text{а) } \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{5};$$

$$\text{в) } \frac{a+c}{7} + \frac{2a}{7} = \frac{a+c+2a}{7} = \frac{3a+c}{7}$$

$$\text{б) } \frac{3y^2}{x} - \frac{y^2}{x} = \frac{3y^2-y^2}{x} = \frac{2y^2}{x}$$

$$\text{г) } \frac{4x-y^2}{a} - \frac{3x}{a} = \frac{x-y^2}{a}$$

2). Туянтмаларды бөлчөккө өзгөрткүлө.

$$\text{а) } \frac{x+6}{y} + \frac{2x-2}{y} = \frac{x+6+2x-2}{y} = \frac{3x-4}{y};$$

$$\text{б) } \frac{9x-4}{8x} - \frac{5x-1}{8x} = \frac{9x-4-(5x-1)}{8x} = \frac{9x-4-5x+1}{8x} = \frac{4x-3}{8x};$$

$$\text{в) } \frac{14a+5a^2}{6c} - \frac{3a+2a^2}{6c} = \frac{14a+5a^2-3a-2a^2}{6c} = \frac{11a+3a^2}{6c};$$

$$\text{Г)} \frac{8x-3}{7a} - \frac{2x-10}{7a} + \frac{6-7x}{7a} = \frac{8x-3-(2x-10)+6-7x}{7a} = \frac{8x-3-2x+10+6-7x}{7a} = \frac{x+13}{7a};$$

$$\text{Д)} \frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = \frac{x+3}{1};$$

$$\text{е)} \frac{x^3}{x^2-y^2} + \frac{x^2+5}{x^2-y^2} = \frac{x^3+x^2+5}{x^2-y^2};$$

3) Гуюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$\text{а)} \frac{x}{a-2} + \frac{3}{a-2} = \frac{x+3}{a-2};$$

$$\text{б)} \frac{y}{x-5} - \frac{2}{5-x} = \frac{y}{x-5} - \frac{2}{-(x-5)} = \frac{y}{x-5} + \frac{2}{x-5} = \frac{y+2}{x-5};$$

$$\text{в)} \frac{x^2+9}{x-3} + \frac{6x}{3-x} = \frac{x^2+9}{x-3} + \frac{6x}{-(x-3)} = \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3;$$

$$\text{г)} \frac{9a-3b}{3a-b} + \frac{3b}{b-3a} = \frac{9a}{3a-b} - \frac{3b}{3a-b} = \frac{9a-3b}{3a-b} = \frac{3(3a-b)}{3a-b} = 3;$$

$$\text{д)} \frac{1}{(a-2)^2} - \frac{1}{(2-a)^2} = \frac{1}{(a-2)^2} - \frac{1}{(2-a)^2} = \frac{a^2-4}{(a-2)^2} = \frac{(a-2)(a+2)}{(a-2)^2} = \frac{a+2}{a-2};$$

1.4. Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү. Эреже

Бөлүмдөрү түрдүү бөлчөктөрдү кошуу же кемитүү үчүн, адегенде аларды бирдей бөлүмгө келтирип алабыз. Ал үчүн бөлчөктөрдүн эң кичине жалпы бөлүмүн табабыз. Андан кийин бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү сыяктуу аткарылат.

$$\text{Мисалы: } \frac{4/x}{5} + \frac{5/x}{4} = \frac{4x+5x}{20} = \frac{9x}{20}; \quad 20 \text{ жалпы бөлүм.}$$

$$\frac{b/10}{a} - \frac{a/5}{b} = \frac{10 \cdot b}{a \cdot b} - \frac{5 \cdot a}{a \cdot b} = \frac{10b-5a}{ab}; \quad ab \text{ жалпы бөлүм.}$$

$$\frac{4y}{3x} + \frac{b}{4y} = \frac{a \cdot 4y}{3x \cdot 4y} + \frac{b \cdot 3x}{4y \cdot 3x} = \frac{4ay}{12xy} + \frac{3bx}{12xy} = \frac{4ay + 3bx}{12xy};$$

12xy жалпы бөлүм

$$a + 2 - \frac{a^2-5}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)-(a^2-5)}{a-2} = \frac{a^2-4-a^2+5}{a-2} = \frac{1}{a-2};$$

Мисалдарды чыгаруу

1. Амалдарды аткаргыла.

а) $\frac{a}{3} + \frac{b}{5}$; в) $\frac{3x}{10y} + \frac{x}{5y}$;
 б) $\frac{x}{6} - \frac{y}{18}$; г) $\frac{5y}{12x} - \frac{3y}{8x}$;
 д) $\frac{7a}{30b} + \frac{a}{45b}$; е) $\frac{5a-b}{6a} - \frac{2a-3b}{4a}$.

Чыгаруу:

а) $\frac{5/a}{3} + \frac{3/b}{5} = \frac{5a+3b}{15}$; в) $\frac{3x}{10y} + \frac{2/x}{5y} = \frac{3x+2x}{10y}$;
 б) $\frac{3/x}{6} - \frac{1/y}{18} = \frac{3x-y}{18}$; г) $\frac{2/5y}{12x} - \frac{3/3y}{8x} = \frac{10y-9y}{24x} = \frac{y}{24x}$;
 д) $\frac{3/7a}{30b} + \frac{2/a}{45b} = \frac{21a+2a}{90b} = \frac{23a}{90b}$;
 е) $\frac{2/5a-b}{6a} - \frac{3/2a-3b}{4a} = \frac{2(5a-b)-3(2a-3b)}{12a} = \frac{10a-2b-6a+9b}{12a} = \frac{4a+7b}{12a}$.

2) Гуюнтмаларды болчокко өзгөрткүлө.

а) $\frac{3}{4a^5} + \frac{1-5a^2}{a^7}$; б) $\frac{3x-2y}{x^2y} + \frac{5x-4y}{xy^2}$;
 в) $\frac{5a-3b}{a} + \frac{2ab-4b^2}{ab} - \frac{a-3b}{b}$; г) $\frac{2m+n}{5m^2n} - \frac{2n-m}{3mn^2}$;
 д) $\frac{x-y}{x} + \frac{x}{x+y}$; е) $\frac{a}{a-b} - \frac{3b}{a+b}$; ж) $\frac{2a^2-3ax}{3x^2-ax} - \frac{2x}{a-3x}$.

Чыгаруу:

а) $\frac{a^2/3}{4a^5} + \frac{4/1-5a^2}{a^7} = \frac{3a^2+4-20a^2}{4a^7} = \frac{4-17a^2}{4a^7}$;
 б) $\frac{y/3x-2y}{x^2y} + \frac{x/5x-4y}{xy^2} = \frac{y(3x-2y)+x(5x-4y)}{x^2y^2} = \frac{3xy-2y^2+5x^2-4xy}{x^2y^2} = \frac{5x^2-xy-2y^2}{x^2y^2}$;
 в) $\frac{b/5a-3b}{a} + \frac{1/2ab-4b^2}{ab} - \frac{a/a-3b}{b} = \frac{5ab-3b^2+2ab-4b^2-a^2+3ab}{ab} = \frac{-a^2+10ab-7b^2}{ab}$;
 г) $\frac{3n}{5m^2n} - \frac{5m}{3mn^2} = \frac{3n(2m+n)-5m(2n-m)}{15m^2n^2} = \frac{15m^2n^2}{6mn+3n^2-10mn+5m^2} = \frac{5m^2-4mn+3n^2}{15m^2n^2}$;

$$д) \frac{x+y/x-y}{x} + \frac{x/x}{x+y} = \frac{(x+y)(x-y)+x^2}{x(x+y)} = \frac{x^2-y^2+x^2}{x(x+y)} = \frac{2x^2-y^2}{x(x+y)}$$

$$е) \frac{a+b/a}{a-b} - \frac{a-b/3b}{a+b} = \frac{a(a+b)-3b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+ab-3ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}$$

$$ж) \frac{2a^2-3ax}{3x^2-ax} - \frac{2x}{a-3x} = \frac{1/2a^2-3ax}{x(3x-a)} + \frac{x/2x}{3x-a} = \frac{2a^2-3ax+2x^2}{x(3x-a)}$$

3) Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$а) \frac{x-9}{3x-9} + \frac{2x+3}{x^2-3x}; \quad г) m + \frac{3}{m-2} - 5;$$

$$б) \frac{2b}{5a^2+3ab} - \frac{3a}{5ab+3b^2}; \quad д) \frac{2m-n}{m-n} - \frac{n-3mn}{m^2-n^2};$$

$$в) 2a-b + \frac{a^2}{2a-b}; \quad е) \frac{x-20y}{x^2-81y^2} - \frac{5y}{9xy-x^2};$$

Чыгаруу: а) $\frac{x-9}{3x-9} + \frac{2x+3}{x^2-3x} = \frac{x/x-9}{3(x-3)} + \frac{3/2x+3}{x(x-3)} = \frac{x(x-9)+3(2x+3)}{3x(x-3)} =$
 $= \frac{x^2-9x+6x+9}{3x(x-3)} = \frac{x^2-3x+9}{3x(x-3)}$;

$$б) \frac{2b}{5a^2+3ab} - \frac{3a}{5ab+3b^2} = \frac{b/2b}{a(5a+3b)} - \frac{a/3a}{b(5a+3b)} = \frac{2b^2-3a^2}{ab(5a+3b)}$$

$$в) 2a-b + \frac{a^2}{2a-b} = \frac{(2a+b)(2a-b)+a^2}{2a-b} = \frac{4a^2-b^2+a^2}{2a-b} = \frac{5a^2-b^2}{2a-b}$$

$$г) m + \frac{3}{m-2} - 5 = \frac{m(m-2)+3-5(m-2)}{m-2} = \frac{m^2-2m+3-5m+10}{m-2} = \frac{m^2-7m+13}{m-2}$$

$$д) \frac{2m-n}{m-n} - \frac{n-3mn}{m^2-n^2} = \frac{(m+n)(2m-n)-(m-n)(n-3mn)}{(m-n)(m+n)} = \frac{2m^2-mn+2mn+n^2-mn+3m^2n+n^2-3mn^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{2m^2+3m^2n-3mn^2+n^2}{m^2-n^2}$$

$$е) \frac{x-20y}{x^2-81y^2} - \frac{5y}{9xy-x^2} = \frac{x-20y}{(x-9y)(x+9y)} - \frac{5y}{x(9y-x)} = \frac{x-20y}{(x-9y)(x+9y)} + \frac{5y}{x(x-9y)} = \frac{x(x-20y)+5y(x+9y)}{x(x-9y)(x+9y)} = \frac{x^2-20xy+5xy+45y^2}{x(x-81y^2)} = \frac{x^2-15xy+45y^2}{x(x-81y^2)}$$

1.5. Бөлчөктөрдү көбөйтүү жана бөлүү.

Бөлчөктөрдү даражага көтөрүү.

Эреже

Бөлчөктү бөлчөккө көбөйтүү үчүн алардын алымдарын көбөйтүп алымына, бөлүмдөрүн көбөйтүп бөлүмүнө жазуу керек.

$$\text{Мисалы: } \frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{b \cdot d}{a \cdot c}; \quad \frac{9y}{4x} \cdot \frac{2x^2}{6y^3} = \frac{9y \cdot 2x^2}{4x \cdot 6y^3} = \frac{18x^2y}{24xy^3} = \frac{3x}{4y^2}$$

Бул көбөйтүндүнүн алымын жана бөлүмүн бхуке кыскарттык.

Мисалдарды чыгаруу.

1). Көбөйтүүнү аткаргыла.

$$\text{а) } \frac{3}{2a} \cdot \frac{7b}{5}; \quad \text{в) } \frac{c^2}{12} \cdot \frac{6}{c}; \quad \text{д) } \frac{9n^3}{4m^5} \cdot \frac{12m^4}{5n};$$

$$\text{б) } \frac{5y}{6x} \cdot \frac{11}{15}; \quad \text{г) } \frac{15}{a^3} \cdot \frac{a^2}{25}; \quad \text{е) } \frac{5y}{18x} \cdot 9x^2;$$

$$\text{ж) } 16mn \cdot \frac{1}{24m^2}; \quad \text{з) } \frac{7a^5}{8} \cdot \frac{16b}{a^7}; \quad \text{и) } \frac{10}{3x} \cdot \frac{x^3}{10c}.$$

Чыгаруу: Бөлчөктөрдү эреже боюнча көбөйтүп, жалпы бөлүүчүлөргө кыскартып коюу керек.

$$\text{а) } \frac{3}{2a} \cdot \frac{7b}{5} = \frac{21b}{10a}; \quad \text{б) } \frac{15y}{6x} \cdot \frac{11}{15} = \frac{11y}{18x};$$

$$\text{в) } \frac{c^2}{12} \cdot \frac{6}{c} = \frac{6c^2}{12c} = \frac{c}{2}; \quad \text{г) } \frac{15}{a^3} \cdot \frac{a^2}{25} = \frac{3}{5a}; \quad \text{д) } \frac{9n^3}{4m^5} \cdot \frac{3 \cdot 12m^4}{5n} = \frac{27n^2}{5m};$$

2. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$\text{а) } \frac{11a^2b}{5x^2} \cdot \frac{15x^3}{22ab^2}; \quad \text{в) } 3a^2b \cdot \frac{5x}{12a^2b^3}$$

$$\text{б) } \frac{4m^5}{27x^3y^2} \cdot \left(\frac{9x^2y}{8m^5} \right); \quad \text{г) } - \frac{12x^3 \cdot y^2}{7a^3} \cdot \frac{21a^4}{4x^5y^4}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{11a^2b}{5x^2} \cdot \frac{15x^3}{22ab^2} = \frac{3ax}{2b};$$

$$\text{б) } \frac{4m^5}{27x^3y^2} \cdot \left(- \frac{9x^2y}{8m^5} \right) = - \frac{4m^5 \cdot 9x^2y}{3 \cdot 27x^3y^2 \cdot 8m^5} = - \frac{1}{6xy};$$

$$\text{в) } 3a^2b \cdot \frac{5x}{12a^2b^3} = \frac{3a^2b \cdot 5x}{4 \cdot 12a^2b^3} = \frac{5x}{4b^2};$$

$$\text{г) } - \frac{12x^3 \cdot y^2}{7a^3} \cdot \frac{21a^4}{4x^5y^4} = - \frac{3 \cdot 12x^3 \cdot y^2 \cdot 3 \cdot 21a^4}{7a^3 \cdot 4x^5y^4} = \frac{9a}{x^2y^2}.$$

Эреже

Бөлчөктү даражага көтөрүү үчүн анын алымын жана бөлүмүн өз-өзүнчө даражага көтөрүп коюу жетиштүү.

$$\text{Мисалы: } \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2}; \quad \left(\frac{2y}{3x}\right)^2 = \frac{(2y)^2}{(3x)^2} = \frac{4y^2}{9x^2}; \quad \left(\frac{n^3}{m^2}\right)^4 = \frac{n^{12}}{m^8};$$

$$\left(\frac{4y^2}{5x^3}\right)^3 = \frac{(4y^2)^3}{(5x^3)^3} = \frac{64y^6}{125x^9}.$$

Мисалдар чыгаруу.

1) Даражага көтөргүлө.

$$\text{а) } \left(\frac{y}{3x}\right)^3; \quad \text{б) } \left(\frac{2b^3}{a^2}\right)^3; \quad \text{в) } \left(\frac{a^5}{m^3n^3}\right)^4; \quad \text{г) } \left(\frac{2m^2}{5n^4}\right)^2.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \left(\frac{y}{3x}\right)^3 = \frac{y^3}{(3x)^3} = \frac{y^3}{27x^3}; \quad \text{в) } \left(\frac{a^5}{m^2n^3}\right)^4 = \frac{a^{20}}{m^8n^{12}};$$

$$\text{б) } \left(\frac{2b^3}{a^2}\right)^3 = \frac{(2b^3)^3}{a^6} = \frac{8b^9}{a^6}; \quad \text{г) } \left(\frac{2m^2}{5n^4}\right)^2 = \frac{4m^4}{25n^8};$$

Эреже

Бөлчөктөрдү бөлүү үчүн биринчи бөлчөктү экинчи бөлчөктүн тескерисине көбөйтүп коюу керек.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Мисалдарды чыгаруу

1) Бөлүүнү аткаргыла.

$$\text{а) } \frac{3m}{8n} : \frac{9}{4n^2}; \quad \text{б) } \frac{5y^2}{12x^2} : \frac{15y}{4x}; \quad \text{в) } 30x^4 : \frac{20x^3}{y^2}; \quad \text{г) } \frac{9b^3}{5a^3} : (6b^2).$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{3m}{8n} : \frac{9}{4n^2} = \frac{3m}{8n} \cdot \frac{4n^2}{9} = \frac{mn}{6};$$

$$\text{б) } \frac{5y^2}{12x^2} : \frac{15y}{4x} = \frac{5y^2}{3 \cdot 12x^2} \cdot \frac{4x}{3 \cdot 15y} = \frac{y}{9x};$$

$$\text{в) } 30x^4 : \frac{20x^3}{y^2} = 30x^4 \cdot \frac{y^2}{20x^3} = \frac{3xy^2}{2};$$

$$\text{г) } \frac{9b^3}{5a^3} : (6b^2) = \frac{9b^3}{5a^3} \cdot \frac{1}{6b^2} = \frac{3b}{10a^3}.$$

2) Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$\text{а) } \frac{4xy}{5ab} : \left(-\frac{12x^2y}{25a^2b}\right); \quad \text{б) } \frac{27m^3n^2}{14a^2b^2} : \frac{9m^2n}{7ab^2};$$

$$в) \frac{3xy^2}{2mn^2} : \frac{9xy}{10m^2n} : \frac{5mn}{6x^2y}, \quad г) \frac{x^2-5xy}{7a} : (3x-15y).$$

Чыгаруу: а) $\frac{4xy}{5ab} : \left(-\frac{12x^2y}{25a^2b}\right) = -\frac{4xy}{5ab} \cdot \frac{5 \cdot 25a^2b}{3 \cdot 12x^2y} = -\frac{5a}{3x};$

б) $\frac{27m^3n^2}{14a^2b^2} : \frac{9m^2n}{7ab^2} = \frac{3 \cdot 27m^3n^2}{2 \cdot 14a^2b^2} \cdot \frac{7ab^2}{9m^2n} = \frac{3mn}{2a};$

в) $\frac{3xy^2}{2mn^2} : \frac{9xy}{10m^2n} : \frac{5mn}{6x^2y} = \frac{3xy^2}{2mn^2} \cdot \frac{2 \cdot 10m^2n}{9xy} \cdot \frac{6x^2y}{5mn} = \frac{2x^2y^2}{n^2};$

г) $\frac{x^2-5xy}{7a} : (3x-15y) = \frac{x(x-5y)}{7a} \cdot \frac{1}{3(x-5y)} = \frac{x}{21a}.$

1.3.-1.5. көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

12. Амалдарды аткаргыла.

а) $\frac{a}{10} + \frac{b}{10};$ б) $\frac{x}{c} - \frac{y}{c};$ в) $\frac{3a^2}{x} + \frac{2b^2}{x};$ г) $\frac{a-x}{2y} - \frac{x}{2y}.$

Чыгаруу: а) $\frac{a}{10} + \frac{b}{10} = \frac{a+b}{10};$ б) $\frac{x}{c} - \frac{y}{c} = \frac{x-y}{c};$

в) $\frac{3a^2}{x} + \frac{2b^2}{x} = \frac{3a^2+2b^2}{x};$ г) $\frac{a-x}{2y} - \frac{x}{2y} = \frac{a-x-x}{2y} = \frac{a-2x}{2y}.$

13. Амалдарды аткаргыла.

а) $\frac{2a^3-b}{3a^4} + \frac{a^3+4b}{3a^4};$ б) $\frac{x-3}{7x} + \frac{3x+8}{7x} - \frac{5-2x}{7x};$

в) $\frac{a^2-2a}{x^2-49} - \frac{5a-4a^2}{x^2-49};$ г) $\frac{9}{x-3} - \frac{x^2}{x-3};$

д) $\frac{5a-2b}{(a+b)^2} + \frac{3a+5b}{(a+b)^2};$ е) $\frac{x}{x-2} + \frac{7}{x-2};$

ж) $\frac{x}{3a-1} - \frac{4x-5}{1-3a};$ з) $\frac{3x+2}{x-a} - \frac{x-10}{a-x}.$

Чыгаруу: а) $\frac{2a^3-b}{3a^4} + \frac{a^3+4b}{3a^4} = \frac{2a^3-b+a^3+4b}{3a^4} = \frac{3a^3+3b}{3a^4};$

б) $\frac{x-3}{7x} + \frac{3x+8}{7x} - \frac{5-2x}{7x} = \frac{x-3+3x+8-5+2x}{7x} = \frac{6x}{7x} = \frac{6}{7};$

в) $\frac{a^2-2a}{x^2-49} - \frac{5a-4a^2}{x^2-49} = \frac{a^2-2a-5a+4a^2}{x^2-49} = \frac{5a^2-7a}{x^2-49};$

г) $\frac{9}{x-3} - \frac{x^2}{x-3} = \frac{9-x^2}{x-3} = \frac{(3+x)(3-x)}{x-3} = \frac{(3+x)(3-x)}{-(3-x)} = -(3+x);$

д) $\frac{5a-2b}{(a+b)^2} + \frac{3a+5b}{(a+b)^2} = \frac{5a-2b+3a+5b}{(a+b)^2} = \frac{8a+3b}{(a+b)^2};$

е) $\frac{x}{x-2} + \frac{7}{x-2} = \frac{x}{x-2} + \frac{7}{x-2} = \frac{x+7}{x-2};$

ж) $\frac{x}{3a-1} - \frac{4x-5}{1-3a} = \frac{x}{3a-1} + \frac{4x-5}{3a-1} = \frac{x+4x-5}{3a-1} = \frac{5x-5}{3a-1};$

$$3) \frac{3x+2}{x-a} - \frac{x-10}{a-x} = \frac{3x+2}{x-a} + \frac{x-10}{x-a} = \frac{3x+2+x-10}{x-a} = \frac{4x-8}{x-a}.$$

14. Туянтманын маанисин тапкыла.

а) эгер $x=103$ болсо $\frac{x^2+3}{x-7} - \frac{52}{x-7}$ туянтмасынын.

б) эгер $x=95$ болсо $\frac{x^2+25}{x-5} - \frac{10x}{x-5}$ туянтмасынын.

Чыгаруу: а) $x=103$. $\frac{x^2+3}{x-7} - \frac{52}{x-7} = \frac{x^2+3-52}{x-7} = \frac{x^2-49}{x-7} = \frac{(x-7)(x+7)}{x-7} =$
 $= x + 7 = 103 + 7 = 110.$

б) $x=95$. $\frac{x^2+25}{x-5} - \frac{10x}{x-5} = \frac{x^2-10x+25}{x-5} = \frac{(x-5)^2}{x-5} = x - 5 = 95 - 5 =$
 $= 90.$

Бөлүмдөрү ар түрдүү бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

15. а) $\frac{a}{4} + \frac{b}{6}$; б) $\frac{7x}{8} - \frac{5x}{24}$; в) $\frac{11y}{6x} - \frac{5y}{9x}$; г) $\frac{8b}{15a} + \frac{3b}{10a}$.

Чыгаруу: а) $\frac{3/a}{4} + \frac{2/b}{6} = \frac{3a+2b}{12}$; б) $\frac{3/7x}{8} - \frac{5x}{24} = \frac{21x-5x}{24} = \frac{16x}{24} =$
 $= \frac{2x}{3}.$

в) $\frac{3/11y}{6x} - \frac{2/5y}{9x} = \frac{33y-10y}{18x} = \frac{23y}{18x}$; г) $\frac{2/8b}{15a} + \frac{3/3b}{10a} = \frac{25b}{30a} = \frac{5b}{6a}.$

16. Амалдарды аткаргыла.

а) $\frac{3}{2x^2} + \frac{2-3x^2}{x^5}$; б) $\frac{2-m}{m^3n} - \frac{m-n}{n^3m}$; в) $\frac{1-a}{3a} + \frac{ab^2-2}{a^2}$; г) $5a - \frac{7a}{3}$;

д) $x+y - \frac{2x-3y}{5}$; е) $3a - \frac{a+2}{4} + \frac{a-1}{2}$; ж) $a+b - \frac{2a-b}{3} + \frac{a+3b}{2}$;

з) $\frac{3x-2y}{6} - \frac{2x+y}{4} - 3.$

Чыгаруу: а) $\frac{x^{2/3}}{2x^3} + \frac{2/2-3x^2}{x^5} = \frac{3x^2+4-6x^2}{2x^5} = \frac{4-3x^2}{2x^5}$;

б) $\frac{n^{2/2-m}}{m^3n} - \frac{m^{2/2-m}}{m^3n} = \frac{2n^2-mn^2-m^3+m^2n}{m^3n^3}$;

в) $\frac{b^2/1-a}{3a} + \frac{3/ab^2-2}{ab^2} = \frac{b^2-b^2a+3ab^2-6}{3ab^2} = \frac{b^2+2ab^2-6}{3ab^2}$;

г) $3/5a - \frac{7a}{3} = \frac{15a-7a}{3} = \frac{8a}{3}$;

д) $5/x + y - \frac{2x-3y}{5} = \frac{5(x+y)-2x+3y}{5} = \frac{5x+5y-2x+3y}{5} = \frac{3x+8y}{5}$;

$$е) \frac{4}{3}a - \frac{1/a+2}{4} + \frac{4/a-1}{2} = \frac{12a-a-2+4a-4}{4} = \frac{15a-6}{4};$$

$$ж) \frac{6}{a} + b - \frac{2/2a-b}{3} + \frac{3/a+3b}{2} = \frac{6a+6b-4a+2b+3a+9b}{6} = \frac{5a+17b}{6};$$

$$з) \frac{2/3x-2y}{6} - \frac{3/2x+y}{4} - 12/3 = \frac{6x-4y-6x-3y-36}{12} = \frac{-7y-36}{12}.$$

17. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$а) \frac{x-y}{x} + \frac{x}{x+y}; б) \frac{a}{3a-2} - \frac{2}{3a+2}; в) \frac{3a}{4(a+b)} + \frac{2b}{3(a+b)}; г) \frac{3x}{x-3} - \frac{2x}{x+3};$$

$$д) \frac{5n}{mx-my} + \frac{3m}{nx-ny}; е) \frac{a}{5a-10} - \frac{2a}{3a-6}; ж) \frac{3}{5x-1} - \frac{2}{2x+3};$$

$$з) \frac{a^2-2x}{3x^2-ax} + \frac{1-2a}{a-3x}.$$

Чыгаруу: а) $\frac{x-y}{x} + \frac{x}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)+x^2}{x(x+y)} = \frac{x^2-y^2+x^2}{x(x+y)} = \frac{2x^2-y^2}{x(x+y)};$

$$б) \frac{a}{3a-2} - \frac{2}{3a+2} = \frac{a(3a+2)-2(3a-2)}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{3a^2+2a-6a+4}{(9a^2-4)} = \frac{3a^2-4a+4}{9a^2-4};$$

$$в) \frac{3/a}{4(a+b)} + \frac{4/2b}{3(a+b)} = \frac{9a+8b}{12(a+b)};$$

$$г) \frac{x+3/3x}{x-3} - \frac{x-3/2x}{x+3} = \frac{3x(x+3)-2x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x^2+9x-2x^2+6x}{x^2-9} = \frac{x^2+15x}{x^2-9};$$

$$д) \frac{5n}{mx-my} + \frac{3m}{nx-ny} = \frac{n/5n}{m(x-y)} + \frac{m/3m}{n(x-y)} = \frac{5n^2+3m^2}{mn(x-y)};$$

$$е) \frac{a}{5a-10} - \frac{2a}{3a-6} = \frac{5(a-2)}{3(a-2)} - \frac{5/2a}{3(a-2)} = \frac{15(a-2)}{15(a-2)} - \frac{5}{3(a-2)} = \frac{-4x+5}{(5x-1)(2x+3)};$$

$$ж) \frac{3}{5x-1} - \frac{2}{2x+3} = \frac{3(2x+3)-2(5x-1)}{(5x-1)(2x+3)} = \frac{6x+3-10x+2}{(5x-1)(2x+3)} = \frac{-4x+5}{(5x-1)(2x+3)};$$

$$з) \frac{a^2-2x}{3x^2-ax} + \frac{1-2a}{a-3x} = \frac{a^2-2x}{x(3x-a)} - \frac{1-2a}{3x-a} = \frac{a^2-2x-x(1-2a)}{x(3x-a)} = \frac{a^2-2x-x+2ax}{x(3x-a)} = \frac{a^2-3x-2ax}{x(3x-a)}.$$

18. Амалдарды аткаргыла.

$$а) \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-2x}; б) \frac{2a}{a-b} + \frac{a^2-2ab}{a^2-b^2}; в) \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x^2-9};$$

$$г) \frac{3x+y}{3x^2-xy} + \frac{9x}{9x^2-y^2} - \frac{3x-y}{3x^2+xy}; д) \frac{x+3}{x^2+3x+9} + \frac{9x}{x^3-27} - \frac{1}{x-3};$$

$$е) \frac{1}{(a+2)^2} - \frac{1}{a^2-4} + \frac{1}{(a-2)^2}.$$

Чыгаруу: а) $\frac{x+1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{\frac{x}{x+1}}{(x-2)(x+2)} + \frac{\frac{x+2}{1}}{x(x-2)} =$
 $= \frac{x(x+1)+x+2}{x(x^2-4)} = \frac{x^2+x+x+2}{x(x^2-4)} = \frac{x^2+2x+2}{x^2(x^2-4)};$

б) $\frac{2a}{a-b} + \frac{a^2-2ab}{a^2-b^2} = \frac{2a(a+b)+a^2-2ab}{a^2-b^2} = \frac{2a^2+2ab+a^2-2ab}{a^2-b^2} = \frac{3a^2}{a^2-b^2};$

в) $\frac{2}{x-3} - \frac{5}{x+3} + \frac{5}{x^2-9} = \frac{2(x+3)-3(x-3)+5}{x^2-9} = \frac{2x+6-3x+9+5}{x^2-9} = \frac{20-x}{x^2-9};$

г) $\frac{3x+y}{3x^2-xy} + \frac{9x}{9x^2-y^2} - \frac{3x-y}{3x^2+xy} = \frac{3x-y/3x+y}{x(3x-y)} + \frac{x/9x}{9x^2-y^2} - \frac{3x+y/3x-y}{x(3x+y)} =$
 $= \frac{9x^2-y^2+9x^2-9x^2+y^2}{x(9x^2-y^2)} = \frac{9x^2}{x(9x^2-y^2)} = \frac{9x}{9x^2-y^2};$

д) $\frac{x-3/x+3}{x^2+3x+9} + \frac{1/9x}{x^3-27} - \frac{x-8}{x-8} = \frac{x^2+3x+9/1}{6(x-3)} = \frac{x^2-9+9x-x^2-3x-9}{x^3-27} = \frac{6x-18}{x^3-27} =$
 $= \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{6(x-3)} = \frac{x^2+3x+9}{6};$

е) $\frac{(a-2)^2/1}{(a+2)^2} - \frac{a^2-4/1}{a^2-4} + \frac{(a+2)^2/1}{(a-2)^2} = \frac{a^2-2a+4-a^2+4+a^2+2a+4}{(a+2)^2 \cdot (a-2)^2} =$
 $= \frac{a^2+12}{(a+2)^2(a-2)^2};$

19. Көбөйтүүнү аткаргыла.

а) $\frac{2}{3x} \cdot \frac{6y}{5};$ б) $\frac{a^2}{7} \cdot \frac{7}{2a};$ в) $\frac{14x^4}{15} \cdot \frac{10}{7x^2};$

г) $16b^3 \cdot \frac{5a}{12b^2};$ д) $\frac{12x^3y}{5a^3} \cdot \frac{15a^2}{8x^2y};$ е) $12ab \cdot \frac{5}{18b^2}.$

Чыгаруу: а) $\frac{2}{3x} \cdot \frac{6y}{5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 6y}{3x \cdot 5} = \frac{4y}{5x};$

б) $\frac{a^2}{7} \cdot \frac{7}{2a} = \frac{a^2 \cdot 7}{7 \cdot 2a} = \frac{a}{2};$

в) $\frac{14x^4}{15} \cdot \frac{10}{7x^2} = \frac{2 \cdot 14x^4 \cdot 2 \cdot 10}{3 \cdot 15 \cdot 7x^2} = \frac{4x^2}{3};$

г) $16b^3 \cdot \frac{5a}{12b^2} = \frac{4 \cdot 16b^3 \cdot 5a}{3 \cdot 12b^2} = \frac{20ab}{3};$

д) $\frac{12x^3y}{5a^3} \cdot \frac{15a^2}{8x^2y} = \frac{3 \cdot 12x^3y \cdot 3 \cdot 15a^2}{5a^3 \cdot 2 \cdot 8x^2y} = \frac{9x}{2a};$

е) $12ab \cdot \frac{5}{18b^2} = \frac{2 \cdot 12ab \cdot 5}{3 \cdot 18b^2} = \frac{10a}{3b}.$

20. Туянтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\text{a)} \frac{a^2-b^2}{4ab} \cdot \frac{4a}{a+b}; \text{ б)} \frac{9}{2x^2-6x} \cdot (x^2-6x+9); \text{ в)} \frac{a^2-36}{15ab} \cdot \frac{3a}{2a+12};$$

$$\text{г)} \frac{x^3-1}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x^2+x+1}; \text{ д)} \frac{ax^2-ay^2}{3m+6} \cdot \frac{2m+4}{ax+ay}; \text{ е)} \frac{a^2-9}{a^2+8a+16} \cdot \frac{5a+20}{2a-6}.$$

Чыгаруу: а) $\frac{a^2-b^2}{4ab} \cdot \frac{4a}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot 4a}{4ab \cdot (a+b)} = \frac{a-b}{b};$

б) $\frac{9}{2x^2-6x} \cdot (x^2-6x+9) = \frac{9 \cdot (x-3)^2}{2x(x-3)} = \frac{9(x-3)}{2x};$

в) $\frac{a^2-36}{15ab} \cdot \frac{3a}{2a+12} = \frac{(a-6)(a+6) \cdot 3a}{15ab \cdot 2(a+b)} = \frac{a-b}{10b};$

г) $\frac{x^3-1}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x^2+x+1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1) \cdot (x-2)}{(x-2)(x+2) \cdot (x^2+x+1)} = \frac{x-1}{x+2};$

д) $\frac{ax^2-ay^2}{3m+6} \cdot \frac{2m+4}{ax+ay} = \frac{a(x-y)(x+y) \cdot 2(m+2)}{3(m+2) \cdot a(x+y)} = \frac{2a(x-y)}{3};$

е) $\frac{a^2-9}{a^2+8a+16} \cdot \frac{5a+20}{2a-6} = \frac{(a-3)(a+3) \cdot 5(a+4)}{(a+4)^2 \cdot 2(a-3)} = \frac{5(a+3)}{2(a+4)}.$

21. Даражага көтөргүлө.

а) $\left(\frac{x^3}{2}\right)^3$; в) $\left(\frac{x^3y^2}{3m^4}\right)^5$; д) $\left(-\frac{2m^5}{n^3p^2}\right)^3$;

б) $\left(\frac{3a^5}{b^2}\right)^4$; г) $\left(\frac{2x^2y}{a^4bc^3}\right)^6$; е) $\left(-\frac{3a^4}{2b^3}\right)^2$.

Чыгаруу: а) $\left(\frac{x^3}{2}\right)^3 = \frac{x^9}{8};$ б) $\left(\frac{3a^5}{b^2}\right)^4 = \frac{81a^{20}}{b^8};$

в) $\left(\frac{x^3y^2}{3m^4}\right)^5 = \frac{x^{15}y^{10}}{3^5m^{20}};$ г) $\left(\frac{2x^2y}{a^4bc^3}\right)^6 = \frac{2^6x^{12}y^6}{a^{24}b^6c^{18}};$

д) $\left(-\frac{2m^5}{n^3p^2}\right)^3 = -\frac{2^3m^{15}}{n^9p^6};$ е) $\left(-\frac{3a^4}{2b^3}\right)^2 = \frac{9a^8}{4b^6}.$

22. Бөлүүнү аткаргыла.

а) $\frac{5m}{9n} : \frac{25}{6n};$ б) $\frac{x^2}{8y^2} : \frac{x}{4y};$ в) $18m^4 \cdot n : \frac{9m^3n^2}{2};$

г) $\frac{14a^2}{9b} : \frac{7a^2}{2b^2};$ д) $\frac{8x^2}{3ab} : 4xy;$ е) $\frac{6a^2}{5b^2c} : \frac{3a}{10bc^2}.$

Чыгаруу: а) $\frac{5m}{9n} : \frac{25}{6n} = \frac{15m}{39n} \cdot \frac{26n}{25} = \frac{2m}{15};$

б) $\frac{x^2}{8y^2} : \frac{x}{4y} = \frac{x^2}{8y^2} \cdot \frac{4y}{x} = \frac{x^2 \cdot 4y}{8y^2 \cdot x} = \frac{x}{2y};$

в) $18m^4 \cdot n : \frac{9m^3n^2}{2} = 218m^4 \cdot n \cdot \frac{2}{9m^3n^2} = \frac{4m}{n};$

г) $\frac{14a^2}{9b} : \frac{7a^2}{2b^2} = \frac{14a^2}{9b} \cdot \frac{2b^2}{7a^2} = \frac{14a^2 \cdot 2b^2}{9b \cdot 7a^2} = \frac{4b}{9a};$

$$д) \frac{8x^2}{3ab} : 4xy = \frac{8x^2}{3ab} \cdot \frac{1}{4xy} = \frac{2x}{3ab};$$

$$е) \frac{6a^2}{5b^2c} : \frac{3a}{10bc^2} = \frac{6a^2}{5b^2} \cdot \frac{10bc^2}{6a^2} = \frac{2c}{b}.$$

23. Туянтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$а) \frac{6m^2n^3}{25a^2} : \frac{m^3n}{15ab} : \frac{9n}{5ab}; \quad б) \frac{x^2-2x}{6m^2} : \frac{5x}{3m}; \quad в) (3a+c)^2 : \frac{15a+5c}{c};$$

$$г) \frac{x^2-5xy}{y} : (3x-15y); \quad д) \frac{2a^2-2b^2}{a^2+ab} : \frac{5a-5b}{a+b};$$

$$е) (x^2-4x+4) : (x^2-4).$$

Чыгаруу:

$$а) \frac{6m^2n^3}{25a^2} : \frac{m^3n}{15ab} : \frac{9n}{5ab} = \frac{6m^2n^3}{25a^2} \cdot \frac{15ab}{m^3n} \cdot \frac{5ab}{9n} = \frac{2n}{m};$$

$$б) \frac{x^2-2x}{6m^2} : \frac{5x}{3m} = \frac{x(x-2)}{6m^2} \cdot \frac{3m}{5x} = \frac{x-2}{10m};$$

$$в) (3a+c)^2 : \frac{15a+5c}{c} = (3a+c)^2 \cdot \frac{c}{5(3a+c)} = \frac{c(3a+c)}{5};$$

$$г) \frac{x^2-5xy}{y} : (3x-15y) = \frac{x(x-5y)}{y} \cdot \frac{1}{3(x-5y)} = \frac{x}{3y};$$

$$д) \frac{2a^2-2b^2}{a^2+ab} : \frac{5a-5b}{a+b} = \frac{2(a-b)(a+b)}{a(a+b)} \cdot \frac{a+b}{5(a-b)} = \frac{2(a+b)}{5a};$$

$$е) (x^2-4x+4) : (x^2-4) = (x-2)^2 \cdot \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-2}{x+2};$$

1.6. Рационалдык туянтмаларды өзгөртүү

Рационалдык бөлчөктөрдү өзгөртүп түзүүдө алардын суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн жана тийиндисиин рационалдык бөлчөк түрүнө келтиребиз. Туянтмалардагы амалдарды ирети менен аткарабыз.

Мисалы: Амалдарды аткаргыла.

$$1) а) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right) = \frac{x^2-y^2}{y^2x} : \frac{x+y}{yx} = \frac{(x-y)(x+y)}{y^2 \cdot x} \cdot \frac{xy}{x+y} = \frac{x-y}{y};$$

$$б) \left(\frac{a}{m^2} + \frac{a^2}{m^3}\right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a}\right) = \frac{am+a^2}{m^3} : \frac{m^2+am}{a^2} = \frac{a(m+a)}{m^3} \cdot \frac{a^2}{m(m+a)} = \frac{a^3}{m^3};$$

$$в) \frac{ab+b^2}{3} : \frac{b^3}{3a} + \frac{a+b}{b} = \frac{b(a+b)}{3} \cdot \frac{3a}{b^3} + \frac{a+b}{b} = \frac{a(a+b)}{b^2} + \frac{a+b}{b} = \frac{a(a+b)+b(a+b)}{b^2} = \frac{(a+b)(a+b)}{b^2};$$

$$\Gamma) \frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} \cdot \frac{x^2-xy}{5y} = \frac{x-y}{x} - \frac{x(x-y)}{x^2} = \frac{x(x-y)-x(x-y)}{x^2} = \frac{0}{x^2} = 0.$$

1.6. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

24. Амалдарды аткаргыла.

$$a) \left(\frac{x}{x+1} + 1\right) \cdot \frac{1+x}{2x+1} \quad \text{б) } \frac{5y^2}{1-y} : \left(1 - \frac{1}{1-y}\right)$$

$$в) \left(\frac{4a}{a-2} - a\right) : \frac{a+2}{a-2} \quad \Gamma) \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x}\right)$$

Чыгаруу: а) $\left(\frac{x}{x+1} + 1\right) \cdot \frac{1+x}{2x+1} = \frac{2x+1}{x+1} \cdot \frac{1+x}{2x+1} = 1;$

б) $\frac{5y^2}{1-y} : \left(1 - \frac{1}{1-y}\right) = \frac{5y^2}{1-y} : \frac{1-y-1}{1-y} = \frac{5y^2}{1-y} \cdot \frac{1-y}{-y} = -5y;$

в) $\left(\frac{4a}{a-2} - a\right) : \frac{a+2}{a-2} = \frac{4a-2a-a^2}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a+2} = \frac{2a-a^2}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a+2} =$
 $= \frac{a(2-a)}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a+2} = \frac{a(2-a)}{a+2};$

г) $\frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x}\right) = \frac{x-2}{x-3} \cdot \frac{2x-x^2+x}{2-x} = \frac{x-2}{x-3} \cdot \frac{3x-x^2}{2-x} = \frac{x-2}{x-3} \cdot \frac{x(x-3)}{x-2} = x.$

25. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$a) \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) : \frac{4m}{10m-5} \quad \text{б) } \frac{x+3}{x^2+9} \cdot \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3}\right)$$

$$в) \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3}\right) \quad \Gamma) \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y}\right) : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2}$$

Чыгаруу: а) $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) : \frac{4m}{10m-5} = \frac{4m^2+4m+1-4m^2+4m-1}{4m^2-1} \cdot \frac{10m-5}{4m} = \frac{8m}{(2m-1)(2m+1)} \cdot \frac{5(2m-1)}{4m} = \frac{10}{2m+1}$

б) $\frac{x+3}{x^2+9} \cdot \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3}\right) = \frac{x+3}{x^2+9} \cdot \left(\frac{x^2+6x+9+x^2-6x+9}{x^2-9}\right) =$
 $= \frac{x+3}{x^2+9} \cdot \frac{2(x^2+9)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x+3};$

в) $\frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3}\right) = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a^2+19a+3+6a^2-19a+3}{a^2-9}\right) =$
 $= \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \frac{12a^2+6}{a^2-9} = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \frac{6(2a^2+1)}{a^2-9} = 6.$

$$\begin{aligned} & \Gamma) \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \frac{5x^2+26xy+5y^2+5x^2-26xy+5y^2}{x^2-25y^2} : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\ & = \frac{10x^2+10y^2}{x^2-25y^2} \cdot \frac{x^2-25y^2}{x^2+y^2} = \frac{10(x^2+y^2)}{x^2-25y^2} \cdot \frac{x^2-25y^2}{x^2+y^2} = 10. \end{aligned}$$

26. Туонтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$а) \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2-5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} \quad б) \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a^2-2a}{xy+3y} + \frac{2-y}{x-3}$$

$$в) \left(2x + 1 - \frac{1}{1-2x} \right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1} \right)$$

$$г) \left(\frac{pq}{p^2-q^2} + \frac{q}{q-p} \right) : \left(p - q + \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right)$$

$$ж) \left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2}$$

$$з) \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a};$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2-5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a+3} \cdot \frac{1}{a(a-5)} -$$

$$- \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{a+5}{a(a+3)} - \frac{a+5}{a(a+3)} = 0;$$

$$\begin{aligned} б) \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a^2-2a}{xy+3y} + \frac{2-y}{x-3} &= \frac{(a-2)(a+2)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{y(x+3)}{a(a-2)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a+2)}{x-3} + \frac{2-y}{x-3} = \\ &= \frac{ay+2y-2-y}{x-3} = \frac{ay+y-2}{x-3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} в) \left(2x + 1 - \frac{1}{1-2x} \right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1} \right) &= \frac{1-4x^2-1}{1-2x} : \frac{4x^2-2x-4x^2}{2x-1} = \\ &= \frac{-4x^2}{1-2x} : \frac{-2x}{2x-1} = \frac{-4x^2}{2x-1} \cdot \frac{2x-1}{-2x} = 2x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} г) \left(\frac{pq}{p^2-q^2} + \frac{q}{q-p} \right) : \left(p - q + \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right) &= \left(\frac{pq}{p^2-q^2} - \frac{q}{p-q} \right) : \left(p - q + \right. \\ &+ \left. \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right) = \frac{pq-pq-q^2}{p^2-q^2} : \frac{p^2-q^2+4q^2-p^2}{p+q} = \frac{-q^2}{(p+q)(p-q)} \cdot \frac{p+q}{3q^2} = \frac{-1}{3(p-q)}; \end{aligned}$$

$$д) (a^2 + 2a + 1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right) = (a+1)^2 \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{a-1+1-a-1}{a^2-1} \right) = (a+1)^2 \cdot \frac{1}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a-1};$$

$$\begin{aligned}
 \text{е) } \frac{a-2}{4a^2+16a+16} &: \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a^2+4}{2a^2-8} - \frac{2}{a^2+2a} \right) = \frac{a-2}{4(a^2+4a+4)} : \left(\frac{a}{2(a-2)} - \right. \\
 &- \left. \frac{a^2+4}{2(a^2-4)} - \frac{2}{a(a+2)} \right) = \frac{a-2}{4(a+2)^2} : \left(\frac{a^2(a+2) - a(a^2+4) - 4(a-2)}{2a(a^2-4)} \right) = \\
 &= \frac{a-2}{4(a+2)^2} : \frac{a^3+2a^2-a^3-4a-4a+8}{2a(a^2-4)} = \frac{a-2}{4(a+2)^2} \cdot \frac{2a(a-2)(a+2)}{2a^2-8a+4} = \\
 &= \frac{a-2}{4(a+2)^2} \cdot \frac{2a(a-2)(a+2)}{2(a-2)^2} = \frac{a}{4(a+2)};
 \end{aligned}$$

$$\text{ж) } \left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2}$$

Бул туюнтмадагы амалдарды ирети менен айрым-айрым аткарабыз.

$$\begin{aligned}
 1) \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} &= -\frac{1}{4y^2-x^2} \cdot \frac{(2y-x)^2}{x+2y} = -\frac{1}{(2y-x)(2y+x)} \cdot \frac{(2y-x)^2}{x+2y} = \\
 &= -\frac{2y-x}{(x+2y)^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \frac{x-2y}{x^2+2xy} + \frac{2y-x}{(x+2y)^2} &= \frac{x-2y}{x(x+2y)} + \frac{2y-x}{(x+2y)^2} = \frac{x^2-4y^2+2yx-x^2}{x(x+2y)^2} = \\
 &= \frac{2y(x-2y)}{x(x+2y)^2};
 \end{aligned}$$

$$3) \frac{2y(x-2y)}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \frac{2(x-2y)}{2xy}$$

$$3) \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a};$$

$$\begin{aligned}
 1) \frac{a-1}{3a+a^2-2a+1} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} &= \frac{a-1}{a^2+a+1} - \frac{1-3a+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \\
 - \frac{1}{a-1} &= \frac{(a-1)(a-1)-1+3a}{a^3-1} - \frac{a^2-2a+1+2a-2a^2-2}{a^3-1} = \frac{-a^2-1}{a^3-1};
 \end{aligned}$$

$$2) \frac{-a^2-1}{a^3-1} : \frac{a^2+1}{1-a} = \frac{-(a^2+1)}{a^3-1} \cdot \frac{1-a}{a^2+1} = \frac{(a^2+1)(a-1)}{(a-1)(a^2+a+1)(a^2+1)} = \frac{1}{a^2+a+1}$$

27. Көп мүчө же рационалдык бөлчөк түрүндө жазгыла.

$$\text{а) } \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right)^2 \quad \text{б) } a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1 \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{a} - 1 \right)^2$$

$$\text{в) } \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}}$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}}$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p}\right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p}\right)^2 = \left(\frac{p^2+q^2}{pq}\right)^2 - \left(\frac{p^2-q^2}{pq}\right)^2 =$$

$$= \frac{p^4+2p^2q^2+q^4}{p^2q^2} - \frac{p^4-2p^2q^2+q^4}{p^2q^2} = \frac{4p^2q^2}{p^2q^2} = 4.$$

$$\text{б) } a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1\right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{a} - 1\right)^2 = a^2 \left(\frac{a+b-a}{a}\right)^2 +$$

$$+ b^2 \left(\frac{a-b-a}{a}\right)^2 = a^2 \cdot \frac{b^2}{a^2} + b^2 \cdot \frac{b^2}{a^2} = b^2 + \frac{b^4}{a^2} = \frac{a^2b^2+b^4}{a^2};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} = \frac{\frac{x^3+y^3}{y^2x^2}}{\frac{x^3-y^3}{y^2x^2}} = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{y^2x^2} : \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{y^2x^2} = \frac{x^3+y^3}{y^2x^2}.$$

$$\cdot \frac{y^2y^2}{x^3-y^3} = \frac{x^3+y^3}{x^3-y^3};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}} = \frac{\frac{bc+ac+ba}{abc}}{\frac{c+a+b}{abc}} = \frac{bc+ac+ba}{abc} : \frac{c+a+b}{abc} = \frac{bc+ac+ba}{abc} \cdot \frac{abc}{c+a+b} =$$

$$= \frac{bc+ac+ba}{c+a+b}.$$

II глава

Барабарсыздыктар

2.1. Сан барабарсыздыктары

Практикада чоңдуктар жана сандар бири-бири менен салыштырылат. Алардын чоң же кичинелигинин натыйжасында барабарсыздыктар келип чыгат.

Аныктама.

a жана b сандарынын айырмасы $a - b$ оң болсо, анда a саны b дан чоң болот. $a - b$ айырмасы терс болсо, анда a саны b дан кичине болот.

б.а. $a - b > 0$ болсо $a > b$ болот

$a - b < 0$ болсо $a < b$ болот.

Мисалдар чыгаруу.

1). Эгерде $x - y = 2$; -7 ; 0 гө барабар болсо, анда x жана y сандарын салыштыргыла.

Чыгаруу: Аныктама боюнча $a - b > 0$ болсо, $a > b$ болот.

$a - b < 0$ болсо $a < b$ болот

анда $x - y = 2 > 0$ демек $x > y$;

$x - y = -7 < 0$ демек $x < y$;

$x - y = 0$ болсо $x = y$ болот.

2). Төмөнкү шарттар аткарылса, m жана n сандарын салыштыргыла.

а) $m - n = -0,5$, б) $m - n = 0$, в) $m - n = 5,9$.

Чыгаруу: а) $m - n = -0,5 < 0$, демек $m < n$;

б) $m - n = 0$ демек $m = n$; в) $m - n = 5,9 > 0$ демек $m > n$.

3) x тин каалагандай маанисинде барабарсыздыктар туура болорун далилдегиле.

а) $(x+2)^2 + 5 > x(x+4)$

б) $(3x-1)(3x+1) < 9x^2 + 7$

Чыгаруу: а) $(x+2)^2 + 5 > x(x+4)$

$x^2 + 4x + 4 + 5 - x^2 - 4x > 0 \quad 9 > 0$ далилденди.

б) $(3x-1)(3x+1) < 9x^2 + 7$

$9x^2 - 1 < 9x^2 + 7$

$9x^2 - 1 - 9x^2 - 7 < 0$

$-8 < 0$ далилденди.

2.2. Сан барабарсыздыгынын касиеттери

1-теорема. Эгер $a > b$ болсо, $b > c$ болсо, анда $a > c$ болот.

2-теорема. Эгерде бир эле санды барабарсыздыктын эки жагына тең кошсок, анда барабарсыздык белгиси өзгөрбөйт.

3-теорема. Эгерде $a > b$ жана c – оң сан болсо, анда $a \cdot c > bc$ болот. Эгерде $a > b$ жана c – терс сан болсо, анда $ac < bc$ болот.

Мисалдар чыгаруу.

1) $a > b$, $b > c$, $c > d$ жана $a < e$ экендиги белгилүү. Сан огунда координатасы a , b , c , d жана e болгон чекиттерди белгилегиле.

1-теорема боюнча.

Чыгаруу: Силерге белгилүү сан огунда, сан өзүнөн кичине сандын оң жагында жайланышат.



1-сурат

2) Далилдегиле.

а) $7a - 5b > 6a - 4b$ болсо анда $a > b$;

б) $3x + 7y < 8y + 2x$ болсо анда $x < y$.

Далилдөө. 2-теореманын негизинде.

а) $7a - 5b > 6a - 4b$, б) $3x + 7y < 8y + 2x$,

$$7a - 6a > 5b - 4b, \quad 3x - 2x < 8y - 7y,$$

$a > b$ болот. $x < y$ болот.

3. Барабадыктын эки жагын тең көрсөтүлгөн санга көбөйткүлө.

а) $-5 < 2$ гын 4 кө. б) $3 > -7$ гын 25 ке.

3-теорема боюнча.

Чыгаруу: а) $-5 < 2$, б) $3 > -7$,

$$-5 \cdot 4 < 2 \cdot 4, \quad 3 \cdot (-5) < -7 \cdot (-5),$$

$$-20 < 8. \quad -15 < 35.$$

2.3. Барабарсыздыктарды кошуу жана көбөйтүү

1-теорема. Белгилери бирдей болгон барабарсыздыктары кошкондо, барабарсыздыктык белгиси өзгөрбөйт, б.а. Эгерде $a > b$ жана $c > d$ болсо, анда $a + c > b + d$.

$$\text{Мисалы: } \begin{array}{r} + 5,7 > 4 \\ + 3 > 2,6 \\ \hline 8,7 > 6,6 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 2,8 < 6,3 \\ + -5 < -7 \\ \hline -3,8 < -0,7 \end{array}$$

2-теорема. Эгерде $a > b$ жана $c > d$ болсо (мында a, b, c жана d — оң сандар), анда $ac > bd$ болот.

Мисал: $5 > 3$; $2,3 > 1,5$;

$$\begin{array}{r} 5 > 3 \\ \times 2,3 > 1,5 \\ \hline 11,5 > 4,5 \end{array}$$

Натыйжа. Эгерде a жана b оң сандар болсо, жана $a < b$ болсо, анда $a^n < b^n$ болот (n - натуралдык сан).

Мисалы: $2 < 3$; $2^4 < 3^4$; $16 < 81$.

Жогорку теоремалар сумманы, айырманы, көбөйтүндүнү, тийиндини чамалоодо колдонулат.

Мисалдар: Эгерде $11 < x < 12$ жана $3 < y < 4$ болсо, $x+y$ сумманы, $x-y$ айырманы, xy көбөйтүндүнү жана $\frac{x}{y}$ тийиндини чамалагыла.

Чыгаруу: 1-теореманын негизинде барабарсыздыктарды мүчөлөп кошобуз.

$$\begin{array}{r} 11 < x < 12 \\ + \quad 3 < y < 4 \\ \hline 14 < x + y < 16. \end{array}$$

$x - y$ айырмасын чамалайбыз. $x + (-y)$ деп жазып алабыз. Эми $-y$ ти чамалайбыз $-3 < y < 4$. $-3 > -y > -4$ келип чыгат демек $-4 < -y < -3$ болот.

$$\begin{array}{r} 11 < x < 12 \\ + \quad -4 < -y < -3 \\ \hline 7 < x - y < 9 \end{array} \text{ болот.}$$

$x \cdot y$ көбөйтүндүсүн чамалайлы.

2-теореманын негизинде.

$$\begin{array}{r} 11 < x < 12 \\ + \quad 3 < y < 4 \\ \hline 33 < x \cdot y < 48 \end{array} \text{ болот.}$$

$\frac{x}{y}$ тийиндиси чамалайлы

$\frac{x}{y}$ туюнтмасын $x \cdot \frac{1}{y}$ көбөйтүндүсү түрүндө туюнтабыз. $\frac{1}{y}$

туюнтмасын чамалап алабыз. $\frac{1}{3} > y > \frac{1}{4}$ б.а. $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{3}$ болот.

Эми мүчөлөп көбөйтөбүз.

$$\begin{array}{r} 11 < x < 12 \\ + \quad \frac{1}{4} < \frac{1}{y} < \frac{1}{3} \\ \hline 11 \cdot \frac{1}{4} < x \cdot \frac{1}{y} < 12 \cdot \frac{1}{3} \end{array}; \quad \frac{11}{4} < \frac{x}{y} < 4 \text{ болот.}$$

2.4. Так жана так эмес барабарсыздыктар

Белгилери „>“ жана „<“ болгон барабарсыздыктар так барабарсыздыктар деп аталат.

„≤“ кичине же барабар, „≥“ чоң же барабар белгилери кармаган барабарсыздыктар так эмес барабарсыздыктар деп аталат.

Мисалдар: 1) Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эң чоң бүтүн n санын тапкыла:

а) $n \leq -3$; б) $n \leq 5$; в) $n < 7$ г) $n < -2$.

Чыгаруу: а) $n \leq -3$ б) $n \leq 5$ в) $n < 7$ г) $n < -2$

$n = -3$ болот $n = 5$; $n = 6$; $n = -3$;

2) а) Эгерде $2a - b \geq 5a + 8b$ болсо, анда $a \leq -3b$ болорун далилдегиле.

Далилдөө. $2a - b \geq 5a + 8b$,

$$2a - 5a \geq 8b + b,$$

$$-3a \geq 9b, \left(-\frac{1}{3} \text{ кө көбөйтөбүз}\right)$$

$$a \leq -3b \text{ далилденди.}$$

б) $ab > 0$ үчүн $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ экендигин далилдегиле.

Далилдөө: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$,

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} \geq 2,$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab,$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0,$$

$$(a-b)^2 \geq 0.$$

2.1.-2.4. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

28. Сан барабарсыздыгынын аныктамасын колдонуп, төмөнкү сандарды салыштыргын.

а) $0,7$ жана $\frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{5}$ жана $0,2$; в) $\frac{1}{9}$ жана $0,1$; г) 0 жана $-0,5$.

Чыгаруу: а) $0,7 - \frac{5}{6} = \frac{7}{10} - \frac{5}{6} = \frac{21-25}{30} = \frac{-5}{30} = -\frac{1}{6}$.

Демек $0,7 - \frac{5}{6} < 0$, $0,7 < \frac{5}{6}$;

б) $\frac{3}{5} - 0,2 = \frac{3}{5} - \frac{2}{10} = \frac{6-2}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$,

$\frac{3}{5} - 0,2 > 0$ демек $\frac{3}{5} > 0,2$ болот.

в) $\frac{1}{9} - 0,1 = \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{10-9}{90} = \frac{1}{90}$,

$\frac{1}{9} - 0,1 > 0$ демек $\frac{1}{9} > 0,1$ ден.

г) $0 - (-0,5) = 0 + 0,5 = 0,5$

$0 - (-0,5) > 0$ демек $0 > -0,5$ тен.

29. a санын каалагандай маанисинде төмөнкү барабарсыздыктар туура болорун далилдегиле.

а) $a^2 > (a+1)(a-1)$; б) $a^3 < (a+1)(a^2 - a + 1)$

Далилдөө. а) $a^2 > (a+1)(a-1)$ б) $a^3 < (a+1)(a^2 - a + 1)$

$$a^2 > a^2 - 1 \qquad a^3 < a^3 + 1.$$

30. а) $a > b$ жана $b > 1$ б) $a < b$ жана $b < -2$

в) $a - 1 < b$ жана $b < -1$ г) $a + 1 > b$ жана $b > 1$

шарттары орун алса, a нын оң, терс экендигин аныктагыла.

Далилдөө. а) $a > b$, $b > 1$ демек $a > 1$ болот

б) $a < b$ жана $b < -2$ демек $a < -2$, a терс сан

в) $a - 1 < b$ жана $b < -1$, $a - 1$, $a - 1 < -1$ демек a терс сан

г) $a + 1 > b$ жана $b > 1$, $a + 1 > 1$ демек a оң сан.

31. $5a + 2b > 3a - 4b$ эки жагына тең төмөнкү сандары кошкондо келип чыккан барабарсыздыктарды жазгыла.

а) $2a$; б) $-2b$

Чыгаруу:

а) $5a + 2b + 2a > 3a - 4b + 2a$, б) $5a + 2b - 2b > 3a - 4b - 2b$,

$$7a + 2b > 5a - 4b;$$

$$5a > 3a - 6b.$$

32. Берилген барабарсыздыкты көрсөтүлгөн санга көбөйткүлө.

а) $2,7 < 2,9$ гын 3 кө б) $3,4 > 1,8$ гын 5кө

$$\text{в) } -\frac{3}{4} > -\frac{4}{5} \text{ гын } -20 \text{ га} \quad \text{г) } -5a < -2 \text{ гын } 0,5\text{ке}$$

Чыгаруу: а) $2,7 < 2,9$; б) $3,4 > 1,8$;

$$2,7 \cdot 3 > 2,9 \cdot 3, \quad 3,4 > 1,8 \cdot 5,$$

$$8,1 < 8,7. \quad 16,0 > 9,0.$$

$$\text{в) } 6 - \frac{3}{4} > -\frac{4}{5}; \quad \text{г) } -5a < -2;$$

$$-\frac{3}{4} \cdot (-20) < -\frac{4}{5} \cdot (-20), \quad -5a \cdot 0,5 < -2 \cdot 0,5,$$

$$15 < 16. \quad -2,5a < -1.$$

33. Берилген барабарсыздыкты көрсөтүлгөн санга бөлгүлө.

$$\text{а) } -3 < 2 \text{ гын } 4 \text{ кө;} \quad \text{б) } 2,5 > -5 \text{ гын } 5\text{ке;}$$

$$\text{в) } -36 > -42 \text{ гын } -6 \text{ га;} \quad \text{г) } -18 < -12 \text{ гын } -9\text{га.}$$

Чыгаруу:

$$\text{а) } -3 < 2; \quad \text{б) } 2,5 > -5; \quad \text{в) } -36 > -42;$$

$$-3 \cdot \frac{1}{4} < 2 \cdot \frac{1}{4}, \quad 2,5 \cdot \frac{1}{5} > -5 \cdot \frac{1}{5}, \quad -36 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) < -42 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right),$$

$$-\frac{3}{4} < \frac{1}{2}. \quad 0,5 > -1. \quad 6 < 7.$$

$$\text{г) } -18 < -12;$$

$$-18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) > -12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right),$$

$$2 > \frac{4}{3}.$$

34. Далилдегиле.

а) Эгерде $7a - 5b > 3a - b$ болсо, анда $a > b$;

б) Эгерде $3a - 4b < a - 2b$ болсо, анда $a > b$.

Далилдөө. а) $7a - 5b > 3a - b$, б) $3a - 4b < a - 2b$,

$$7a - 5b - 3a + b > 0, \quad 3a - 4b - a + 2b < 0,$$

$$4a - 4b > 0, \quad 2a - 2b < 0,$$

$$a - b > 0, \quad a - b < 0,$$

$$a > b. \quad a < b:$$

35. $a-b$ айырмасы

- 1) $a+b$ суммасынын чоң; 4) a дан чоң
2) $a+b$ суммасынан кичине; 5) b дан чоң
3) $a+b$ суммасына барабар; 6) b га барабар боло алабы.

Чыгаруу:

- 1) $a-b > a+b$, 4) $a-b > a$,
 $a-b-a-b > 0$, $a-b-a > 0$,
 $-2b > 0$. $-b > 0$.
демек $b < 0$ болуш керек. демек $b < 0$ болуш керек.
- 2) $a-b < a+b$, 5) $a-b > b$,
 $a-b-a-b < 0$, $a > b+b$,
 $-2b < 0$. $a > 2b$ болуш керек.
демек $b > 0$ болуш керек. 6) $a-b = b$,
- 3) $a-b = a+b$, $a = b+b$,
 $a-b-a-b = 0$, $a = 2b$ болуш керек.
 $-2b = 0$,
 $b = 0$ болуш керек.

36. Барабарсыздыктарды кошууну аткаргыла.

а) $9 > -11$ жана $6 > 5$.

б) $2x^2 + 3y > 5a - 1$ жана $5y - 2x^2 > 2 - 3a$.

Чыгаруу:

а) $9 > -11$ жана $6 > 5$.

$$9 > -11$$

$$\frac{6 > 5}{15 > -6};$$

б) $2x^2 + 3y > 5a - 1$ жана $5y - 2x^2 > 2 - 3a$.

$$+2y - 2x^2 > 2 - 3a$$

$$8y > 2a + 1$$

37. Барабарсыздыктарды көбөйтүүнү аткаргыла.

а) $3\frac{1}{3} > 1\frac{2}{3}$ жана $9 > 6$;

б) $x - 3 > 2$ жана $x + 2 > 3$.

Чыгаруу:

$$\begin{aligned} x^3 > 1 &\Rightarrow x > 1 \\ \frac{9 > 6}{\frac{10}{3} \cdot 9 > \frac{5}{3} \cdot 6;} \\ 30 > 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{x \cdot x - 3 > 2}{(x-3)(x+2) > 6,} \\ x^2 - x - 6 > 6, \\ x^2 - x > 6 + 6; \\ x^2 - x > 12. \end{aligned}$$

38. $5 < x < 6$ жана $8 < y < 10$ болсо, төмөнкүнү чамалагыла

а) $x+y$; б) $x-y$; в) $x \cdot y$.

Чыгаруу:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{5 < x < 6}{+8 < y < 10} & \quad \text{б) } \frac{-10 < -y < -8}{-5 < x - y < -2} & \quad \text{в) } \frac{5 < x < 6}{x \cdot 8 < y < 10} \end{aligned}$$

39. Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эн чоң бүтүн n санын тапкыла.

1) $n \leq -5$; 3) $n < 7$;

2) $n \leq 3$; 4) $n < -8$.

Чыгаруу: 1) $n \leq -5$, 3) $n < 7$,

$$n = -5. \quad n = 6.$$

2) $n \leq 3$, 4) $n < -8$,

$$n = 3. \quad n = -9.$$

40. Төмөнкү барабарсыздыктарды канааттандыруучу эн кичине бүтүн санды тапкыла.

а) $n \geq -6$ б) $n \geq 7$ в) $n > -3$ г) $n > 10$.

Чыгаруу:

а) $n \geq -6$, б) $n \geq 7$, в) $n > -3$, г) $n > 10$,

$$n = -6. \quad n = 7. \quad n = -2. \quad n = 11.$$

41. Далилдегиле.

1) Эгерде $2a - 3 \geq 5a + 6b$ болсо, анда $a \leq -3b$

2) Эгерде $(x-1)(x+2) \leq (x+4)(x-2)$, анда $x \geq 6$.

Чыгаруу:

1) $2a - 3b \geq 5a + 6b$, 2) $(x-1)(x+2) \leq (x+4)(x-2)$,

$$2a - 3b - 5a - 6b \geq 0, \quad x^2 + x - 2 \leq x^2 + 2x - 8,$$

$$-3a \geq 9b, \quad (-3 \text{ кө болүү}) \quad x^2 + x - x^2 - 2x \leq -8 + 2,$$

$$a \leq -3b.$$

$$-x \leq -6,$$

$$x \geq 6.$$

2.5. Сан аралыктары. Бир белгисиздүү барабарсыздыктар. Аныктама

$ax > b$; $ax < c$ жана $ax \geq b$, $ax \leq c$ барабарсыздыктары бир белгисиздүү сызыктуу барабарсыздыктар деп аталат.

Мында a , b , c берилген сандар, x белгисиз сан.

Аныктама.

Барабарсыздыкты туура барабарсыздыкка айландыруучу белгисиздин маанилери барабарсыздыктын чыгарылышы деп аталат. Барабарсыздыкты чыгаруу – бул анын бардык чыгарылыштарын табуу же чыгарылыштын жок экендигин далилдөө.

Барабарсыздыктарды чыгаруу 2.2. пунктунда каралган сан барабарсыздыгынын касиеттерине негизделет.

Эреже.

Бир белгисиздүү барабарсыздыктарды чыгаруу үчүн:

1) Белгисизди карманган мүчөлөрдү барабарсыздыктын сол жагына, ал эми бош мүчөлөрдү оң жагына топтоо керек.

2) Окшош мүчөлөрдү топтогондон кийин барабарсыздыктын эки жагын тең белгисиздин коэффициентине бөлүү керек.

Мисалдар чыгаруу.

1) $15x > 12x + 9$ барабарсыздыгын чыгаргыла.

Чыгаруу: Белгисизди кармаган мүчөлөрдү барабарсыздыктын сол жагына, сандарды оң жагына, топтойбуз жана окшош мүчөлөрүн жыйнайбыз.

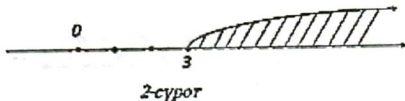
$15x > 12x + 9$, Барабарсыздыктын чыгарылыш көптүгү 3 төн

$15x - 12x > 9$, чоң болгон бардык сандын көптүгүнөн турат.

$3x > 9$, Бул көптүк 2-сүрөттө көрсөтүлгөн.

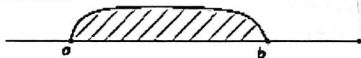
$x > 9:3$,

$x > 3$.



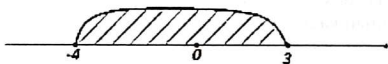
$(3; \infty)$ сан аралыгынан турат.

Эми сан аралыктары жөнүндө да кыскача таанышып алалы. $a < x < b$ шартын канааттандырган бардык сандардын көптүгүн сан аралыгы же жөн эле a дан b га чейинки аралык деп аталат жана $(a; b)$ аркылуу белгиленет.



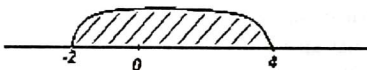
3-сурат

1-мисал. $-4 \leq x \leq 3$ шартын канааттандырган x саны -4 төн 3 кө чейинки маанилерди кабыл алат. Ал маанилердин көптүгү $[-4; 3]$ болот, жана „ -4 тү, 3 тү камтыган, -4 төн 3 кө чейинки аралык” деп окулат. Адатта кесинди деп аталат.



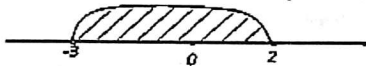
4-сурат

2-мисал. $-2 < x \leq 4$ шартын канааттандырган x саны $(-2; 4]$ сан аралыгына таандык. Бул „ -2 тү камтыган -2 ден 4 кө чейинки аралык” деп окулат.



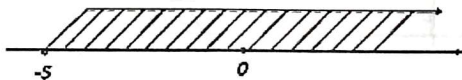
5-сурат

3-мисал. $-3 < x < 2$ шартын канааттандырган x саны $(-3; 2)$ сан аралыгына таандык. „ -3 төн 2 ге чейинки аралык” деп окулат.



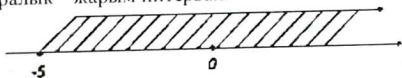
6-сурат

4-мисал. $x > -5$; $(-5; +\infty)$ „ -5 тен $+$ чексизге чейинки аралык” деп окулат жана интервал деп аталат.



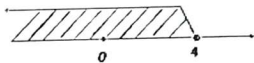
7-сурат

5-мисал. $x \geq -5$; $[-5; +\infty)$ „-5 ти камтыган -5 тен $+\infty$ ге чейинки аралык” жарым интервал.



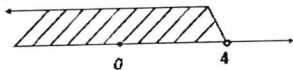
8-сүрөт

6-мисал. $x < 4$; $(-\infty; 4)$ „ $-\infty$ ден 4 кө чейинки аралык”.



9-сүрөт

7-мисал. $x \leq 4$; $(-\infty; 4]$ „ $-\infty$ ден 4 кө чейинки 4 тү камтыган аралык”



10-сүрөт

8-мисал. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

а) $3x + 8 \geq 23$

б) $20 + 6x < 4x + 26$

в) $4(x-1) - 5(x+2) < 3(x+1) - 1$ г) $6x \geq 2(3x - 1) + 4(x + 2) + 10$.

Чыгаруу:

а) $3x + 8 \geq 23$,

$3x \geq 23 - 8$,

$3x \geq 15$,

$x \geq 15 : 3$,

$x \geq 5$.

$[5; +\infty)$

б) $20 + 6x < 4x + 26$,

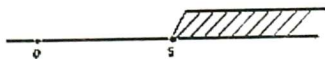
$6x - 4x < 26 - 20$,

$2x < 6$,

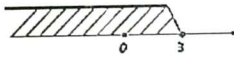
$x < 6 : 2$,

$x < 3$.

$(-\infty; 3)$



11-сүрөт



12-сүрөт

$$в) 4(x-1) - 5(x+2) < 3(x+1) - 2,$$

$$4x - 4 - 5x - 10 < 3x + 3 - 2,$$

$$4x - 5x - 3x < -2 + 10 + 4,$$

$$-4x < 12,$$

$$x > 12 : (-4),$$

$$x > -3. \quad (-3; +\infty)$$



$$г) 6x \geq 2(3x - 1) + 4(x + 2) + 10,$$

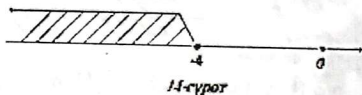
$$6x \geq 6x - 2 + 4x + 8 + 10,$$

$$6x - 6x - 4x \geq 16,$$

$$-4x \geq 16,$$

$$x \leq 16 : (-4),$$

$$x \leq -4. \quad (-\infty; -4]$$



2.6. Бир белгисиздүү барабарсыздыктар системасын чыгаруу.

Аныктама.

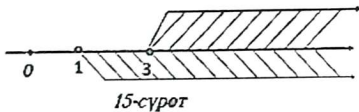
Бир белгисиздүү барабарсыздыктар системасынын чыгарылышы деп, системадагы барабарсыздыктын ар бирин канааттандырган белгисиздин маанилери аталат.

1-мисал. Барабарсыздыктардын системасынын бардык чыгарылыштарын бир барабарсыздык түрүндө жазгыла жана бул көптүктү сан огунда сүрөттөгүлө.

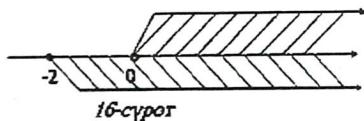
а) $\begin{cases} x > 1 \\ x > 3 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x > 0 \\ x > -2 \end{cases}$	в) $\begin{cases} x > 4 \\ x \geq -5 \end{cases}$	г) $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq -2 \end{cases}$
д) $\begin{cases} x \leq -2 \\ x < 3 \end{cases}$	е) $\begin{cases} x < 0 \\ x < -3 \end{cases}$	ж) $\begin{cases} x < -1 \\ x \leq -4 \end{cases}$	з) $\begin{cases} x < 5 \\ x < 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$

Чыгаруу:

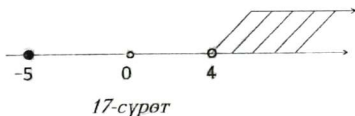
а) $\begin{cases} x > 1, \\ x > 3, \end{cases} x > 3$
 $x \in (3; +\infty)$



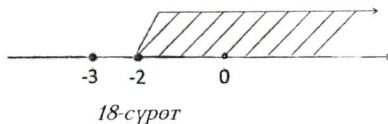
б) $\begin{cases} x > 0, \\ x > -2, \end{cases} x > 0$
 $x \in (0; +\infty)$



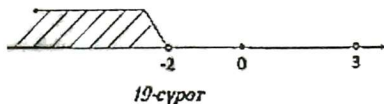
в) $\begin{cases} x > 4, \\ x \geq -5, \end{cases} x > 4$
 $x \in (4; +\infty)$



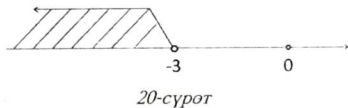
г) $\begin{cases} x \geq -3, \\ x \geq -2, \end{cases} x \geq -2$
 $x \in [-2; +\infty)$



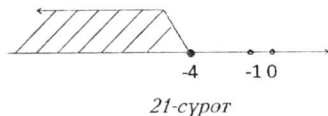
д) $\begin{cases} x \leq -2, \\ x < 3, \end{cases} x \leq -2$
 $x \in (-\infty; -2]$



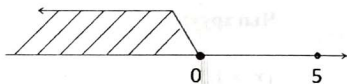
е) $\begin{cases} x < 0, \\ x < -3, \end{cases} x < -3$
 $x \in (-\infty; -3)$



ж) $\begin{cases} x < -1, \\ x \leq -4, \end{cases} x \leq -4$
 $x \in (-\infty; -4]$



$$3) \begin{cases} x < 5, \\ x \leq 0, \end{cases} \quad x \in (-\infty; 0]$$



22-сүрөт

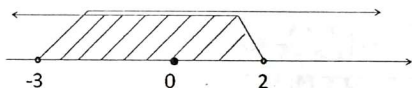
2-мисал. Барабарсыздыктар системасынын бардык чыгарылыштарын кош барабарсыздыктар менен жазгыла жана бул көптүктү сан огуна сүрөттөгүлө.

$$а) \begin{cases} x > -3, \\ x < 2; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x \leq 4, \\ x > -2; \end{cases} \quad в) \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 5; \end{cases} \quad г) \begin{cases} x < 0, \\ x \geq -4. \end{cases}$$

Чыгаруу:

$$а) \begin{cases} x > -3, \\ x < 2; \end{cases}$$

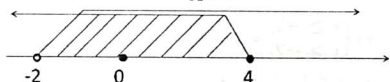
$$-3 < x < 2.$$



23-сүрөт

$$б) \begin{cases} x \leq 4, \\ x > -2; \end{cases}$$

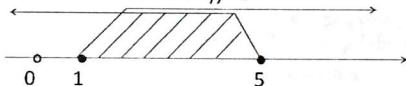
$$-2 < x \leq 4.$$



24-сүрөт

$$в) \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 5; \end{cases}$$

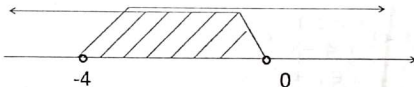
$$1 \leq x \leq 5.$$



25-сүрөт

$$г) \begin{cases} x < 0, \\ x \geq -4. \end{cases}$$

$$-4 \leq x < 0.$$



26-сүрөт

3-мисал. Барабарсыздыктардын системасын чыгаргыла.

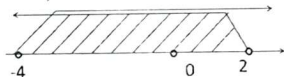
$$\text{a)} \begin{cases} 3x - 6 < 0, \\ 2x + 8 > 0; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 5x + 20 \geq 0, \\ 2x - 10 < 0; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 4x - 12 \geq 0, \\ 3x + 15 < 0; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 6x + 5 \leq 4x + 11, \\ 5x - 3 \geq 2x - 15; \end{cases} \quad \text{д)} \begin{cases} 3(x + 1) - 5 \leq 5(x + 2) - 4x, \\ 7x - 6 \geq 4(2x - 3) - 3x. \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} \frac{2x+3}{3} \geq \frac{3x+4}{5}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2x-3}{5}; \end{cases}$$

Чыгаруу: а) $\begin{cases} 3x - 6 < 0, \\ 2x + 8 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < 6, \\ 2x > -8; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x > -4; \end{cases}$

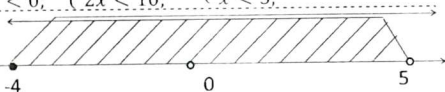
$$-4 < x < 2, \\ (-4; 2)$$



27-сүрөт

$$\text{б)} \begin{cases} 5x + 20 \geq 0, \\ 2x - 10 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x \geq -20, \\ 2x < 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -4, \\ x < 5; \end{cases}$$

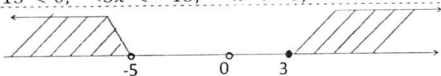
$$-4 \leq x < 5, \\ [-4; 2)$$



28-сүрөт

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 12 \geq 0, \\ 3x + 15 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \geq 12, \\ 3x < -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 3, \\ x < -5; \end{cases}$$

чыгарылыш
жок



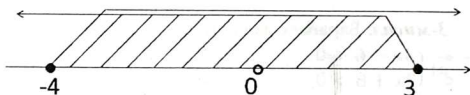
29-сүрөт

$$\text{г)} \begin{cases} 6x + 5 \leq 4x + 11, \\ 5x - 3 \geq 2x - 15; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 4x \leq 11 - 5, \\ 5x - 2x \geq 3 - 15; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \leq 6, \\ 3x \geq -12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq -4; \end{cases}$$

$$-4 \leq x \leq 3,$$

$$[-4; 3]$$



30-сүрөт

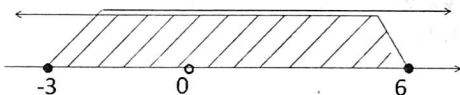
д)

$$\begin{cases} 3(x+1) - 5 \leq 5(x+2) - 4x, \\ 7x - 6 \geq 4(2x-3) - 3x. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 3 - 5 \leq 5x + 10 - 4x, \\ 7x - 6 \geq 8x - 12 - 3x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4x - 5x \leq 10 + 2, \\ 7x - 5x \geq -12 + 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \leq 12 \\ 2x \geq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$-3 \leq x \leq 6,$$

$$[-3; 6]$$



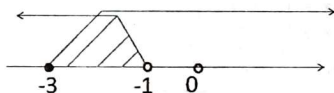
31-сүрөт

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3} \geq \frac{3x+4}{5}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2x-3}{5}; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + 15 \geq 9x + 12 \\ 5x - 5 < 4x - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x - 9x \geq 12 - 15 \\ 5x - 4x < -6 + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x < -1,$$

$$[-3; -1)$$



32-сүрөт

2.7. Белгисиз модуль белгисинин астында турган теңдемелер жана барабарсыздыктар

Сандын модулу жөнүндө аныктама кыскача формула түрүндө төмөнкүдөй жазылат.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{эгерде } a \geq 0, \\ -a, & \text{эгерде } a < 0 \text{ болсо} \end{cases}$$

Бул аныктама белгисиз модуль белгисинин астында болгон теңдемелерди чыгарууда кенири колдонулат.

1-мисал. Теңдемени чыгарыгыла.

$$|y| = 5$$

Чыгаруу: 1) $y \geq 0$ болсун $|y| = 5$ теңдемеси

$y=5$ түрүн алат.

2) $y < 0$ болсун, анда аныктама боюнча $|y| = 5$ теңдемеси

$y=-5$ түрүн алат. Демек бул теңдеменин тамыры 5 жана -5 .

Жообу: $y_1=5$; $y_2=-5$

2-мисал. Теңдемени чыгарыгыла.

$$|2x + 3| = 9$$

Чыгаруу: Модулдун аныктамасынын негизинде

1) $2x + 3 = 9$ болсун

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

2) $2x + 3 = -9$

$$2 = -9 - 3$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

Жообу: $x=3$; $x_2=-6$

$|x| \leq a$, мында $a > 0$ барабарсыздыгы берилсин. Бул барабарсыздыкта

$[-a; a]$ кесиндисинин чекиттери канааттандырат.

$[-a; a]$ кесиндиси – бул $-a \leq x \leq a$ кош барабарсыздыгын канааттандырган x сандарынын көптүгү.

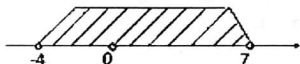
3-мисал. $|2x - 3| < 11$ барабарсыздыгын чыгарыгыла.

Чыгаруу: Берилген барабарсыздыкты кош барабарсыздык түрүндө жазабыз.

$-11 < |2x - 3| < 11$ муну система түрүндө жазып алабыз жана аны чыгарабыз.

$$\begin{cases} 2x - 3 < 11 \\ 2x - 3 > -11 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 11 + 3 \\ 2x > -11 + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 14 \\ 2x > -8 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7 \\ x > -4 \end{cases}$$

Демек $-4 < x < 7$ болот, сан огунда сүрөттөсөк



33-сүрөт

$|x| \geq a$, мында $a > 0$ барабарсыздыгын карайлы. Бул барабарсыздыкты 0 чекитинен a дан кичине эмес аралыкта жайгашкан x чекиттеринин бардыгы башкача айтканда $x \geq a$ жана $x \leq -a$ шоолаларынын чекиттери канааттандырат.

4-мисал. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

$$|3x - 1| \geq 5$$

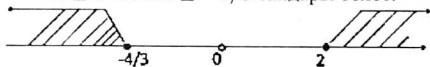
Чыгаруу: 1) $3x - 1 \geq 0$ болсун, анда $3x - 1 \geq 5$ болот. Төмөндөгү барабарсыздыктар системасын алабыз.

$$\begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 3x - 1 \geq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \geq 1 \\ 3x \geq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1/3 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad x \geq 2$$

2) $3x - 1 \leq 0$ болсун, анда $-(3x - 1) \geq 5$ же $3x - 1 \leq -5$ болот. Төмөндөгү барабарсыздыктар системасын алабыз.

$$\begin{cases} 3x - 1 \leq 0 \\ 3x - 1 \leq -5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \leq 1 \\ 3x \leq -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 1/3 \\ x \leq -4/3 \end{cases} \quad x \leq -4/3$$

Ошентип $|3x - 1| \geq 5$ барабарсыздыгынын чыгарылышы $x \geq 2$ жана $x \leq -4/3$ сандары болот.



34-сүрөт

$|x| \leq a$ барабарсыздыгы $a = 0$ болсо, бир чыгарылышка ээ болот. $a < 0$ болсо чыгарылышка ээ болбойт.

2. 5 – 2. 6. Үчүн көнүгүүлөргө тапшырмалар

42. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

а) $x + 7 \geq 12$;

в) $3(2 - x) > 2(1 - x)$;

б) $5x - 20 < 0$;

г) $\frac{x-2}{3} - \frac{3x}{4} > \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{3}$;

$$д) \frac{-3,5}{2,6-1,3x} < 0;$$

$$ж) \frac{x+5}{3} - x \leq 3 - \frac{x}{2};$$

$$з) (x+2)(x-1) + 6 \geq (x+3)(x+1) - x.$$

Чыгаруу:

$\begin{aligned} а) x + 7 &\geq 12; \\ x &\geq 12 - 7 \\ x &\geq 5 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x \geq 5$</p>	$\begin{aligned} д) \frac{-3,5}{2,6-1,3x} &< 0; \\ 2,6 - 1,3x &> 0 \\ -1,3x &> -2,6 \\ x &< 2 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x < 2$</p>
$\begin{aligned} б) 5x - 20 &< 0; \\ 5x &< 20 \\ x &< 4 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x < 4$</p>	$\begin{aligned} е) 6x + 1 &> 3(x - 1) + 2(x + 3); \\ 6x + 1 &> 3x - 3 + 2x + 6 \\ 6x - 5x &> 3 - 1 \\ x &> 2 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x > 2$</p>
$\begin{aligned} в) 3(2 - x) &> 2(1 - x) \\ 6 - 3x &> 2 - 2x \\ -3x + 2x &> 2 - 6 \\ -x &> -4 \\ x &< 4 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x < 4$</p>	$\begin{aligned} ж) \frac{x+5}{3} - x &\leq 3 - \frac{x}{2}; \\ 2x + 10 - 6x &\leq 18 - 3x \\ -4x + 3x &\leq 18 - 10 \\ -x &\leq 8 \\ x &\geq -8 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x \geq -8$</p>
$\begin{aligned} г) \frac{x-2}{3} - \frac{3x}{4} &> \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{3}; \\ 4x - 8 - 9x &> 9x - 3 - 4x \\ -5x - 5x &> -3 + 8 \\ -10x &> 5 \\ x &< -0,5 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x < -0,5$</p>	$\begin{aligned} з) (x+2)(x-1) + 6 &\geq \\ (x+3)(x+1) - x. \\ x^2 - x + 2x - 2 + 6 &\geq x^2 + \\ + x + 3x + 3 - x \\ x - 3x &\geq 3 - 4 \\ -2x &\geq -1 \\ x &\leq 1/2 \end{aligned}$ <p>Жообу: $x \leq 1/2$</p>

43. Барабарсыздыктар системасын чыгаргыла.

$$а) \begin{cases} 2x - 8 > 0 \\ 5x > 10 \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 4(x + 3) > 3x + 5 \\ 3(x + 2) - 2 \geq 2(3x + 1) - x \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 12x - 6x > 0 \\ 3x + 6 > 0 \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} 3(x - 1) - 2 < 5(3x - 2) - 3x \\ 2(3x + 1) - 2 \geq 4(2x - 3) - 5x \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4x + 1 \leq 3x + 2 \\ 2x - 3 > x - 7 \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{2x+3}{12} \leq \frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} \\ \frac{1+3x}{8} \geq \frac{7x-5}{4} - \frac{3x}{2} \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} 5x - 3 > 2x - 4,5 \\ 2x - 1 > x - 3 \\ x + 9 \leq 27 - 5x \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} 5(x - 2) < 3x - 8 \\ 4x + 1 < 3x - 2 \\ 5 - 3x \geq 1 - 4x \end{cases}$$

Чыгаруу:

$$а) \begin{cases} 2x - 8 > 0 \\ 5x > 10, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 8 \\ x > 2, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4 \\ x > 2, \end{cases} \quad x > 4.$$

Жообу: $x \in (4; \infty)$

$$б) \begin{cases} 12x - 6x > 0 \\ 3x + 6 > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 6x > 0 \\ 3x > -6, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x > -2, \end{cases} \quad x > 0.$$

Жообу: $x \in (0; \infty)$

$$в) \begin{cases} 4x + 1 \leq 3x + 2 \\ 2x - 3 > x - 7, \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 3x \leq 2 - 1 \\ 2x - x > -7 + 3, \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -4, \end{cases} \quad \begin{cases} -4 < x \leq 1 \\ (-4; 1] \end{cases}$$

Жообу: $x \in (-4; 1]$

$$г) \begin{cases} 4(x + 3) > 3x + 5 \\ 3(x + 2) - 2 \geq 2(3x + 1) - x, \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 12 > 3x + 5 \\ 3x + 6 - 2 \geq 6x + 2 - x \end{cases} \\ \begin{cases} x > -7 \\ -2x \geq -2, \end{cases} \quad \begin{cases} x > -7 \\ x \leq -1, \end{cases} \quad \begin{cases} -7 < x \leq -1 \\ (-7; -1] \end{cases}$$

Жообу: $x \in (-7; -1]$

д)

$$\begin{cases} 3(x - 1) - 2 < 5(3x - 2) - 3x \\ 2(3x + 1) - 2 \geq 4(2x - 3) - 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 3 - 2 < 15x - 10 - 3x \\ 6x + 2 - 2 \geq 8x - 12 - 5x, \end{cases} \quad \begin{cases} -9x < -5 \\ 3x \geq -12, \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{5}{9} \\ x \geq -4, \end{cases} \quad \left(\frac{5}{9}; +\infty\right)$$

Жообу: $x \in \left(\frac{5}{9}; +\infty\right)$

$$\begin{aligned}
 \text{е) } & \begin{cases} \frac{2x+3}{12} \leq \frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} \\ \frac{1+3x}{8} \geq \frac{7x-5}{4} - \frac{3x}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+3 \leq 4x-4-3x \\ 1+3x \geq 14x-10-12x \end{cases} \\
 & \begin{cases} 2x-x \leq -4-3 \\ 3x-2x \geq -10-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -7 \\ x \geq -11 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} -11 \leq x \leq -7 \\ \text{Жообу: } [-11; 7] \end{array} \right. \\
 \text{ж) } & \begin{cases} 5x-3 > 2x-4,5 \\ 2x-1 > x-3 \\ x+9 \leq 27-5x \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-2x > -4,5+3 \\ 2x-x > -3+1 \\ x+5x \leq 27-9 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x > -1,5 \\ x > -2 \\ 6x \leq 18 \end{cases} \\
 & \begin{cases} x > -0,5 \\ x > -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} -0,5 < x \leq 3 \\ (-0,5; 3] \end{array} \right. \quad \text{Жообу: } x \in (-0,5; 3] \\
 \text{з) } & \begin{cases} 5(x-2) < 3x-8 \\ 4x+1 < 3x-2 \\ 5-3x \geq 1-4x \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-10 < 3x-8 \\ 4x+1 < 3x-2 \\ 5-3x \geq 1-4x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 1 \\ x < -3 \\ x \geq -4 \end{cases} \\
 & \quad \quad \quad -4 \leq x < -3; [-4; -3) \quad \quad \quad \text{Жообу: } x \in -3; -4
 \end{aligned}$$

44. Модуль белгисинин астында турган теңдемелерди жана барабарсыздыктарды чыгаргыла.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & |x+7| = 10 & \text{г) } & |3x-2| < 4 \\
 \text{б) } & \left| \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4} & \text{д) } & |7-2x| \geq 3 \\
 \text{в) } & |5-4x| = 3 & \text{е) } & |2x-1| \geq 7
 \end{aligned}$$

Чыгаруу: а) $|x+7| = 10$ модулдун аныктамасы боюнча төмөнкүдөй теңдемелерге ээ болобуз.

$$1) x+7 \geq 0 \text{ болсун, анда } x+7 = 10, \quad x = 3$$

$$2) x+7 < 0 \text{ болсун, анда } x+7 = -10,$$

$$x = -17$$

$$\text{Жообу: } x_1 = 3; x_2 = -17$$

$$\text{б) } \left| \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4}$$

$$1) \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \geq 0 \text{ болсун, анда } \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ болот, } 2x - 3 = 1,$$

$$2x = 4, \quad x = 2$$

$$2) \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} < 0 \text{ болсун, анда } \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4} \text{ болот, } 2x - 3 = -1,$$

$$2x = 2, \quad x = 1$$

$$\text{Жообу: } x_1 = 2; x_2 = 1$$

$$в) |5 - 4x| = 3$$

$$1) 5 - 4x \geq 0 \text{ болсун, анда } 5 - 4x = 3 \text{ болот. } -4x = -2,$$

$$x = -2/-4, \quad x = 1/2$$

$$2) 5 - 4x < 0 \text{ болсун, анда } 5 - 4x = -3 \text{ болот. } -4x = -8,$$

$$x = 2$$

$$\text{Жообу: } x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2$$

г) $|3x - 2| < 4$ Бул барабарсыздыкты $-4 < 3x - 2 < 4$ кош барабарсыздыгы түрүндө жазып алабыз.

$$\text{аны } \begin{cases} 3x - 2 > -4 \\ 3x - 2 < 4 \end{cases} \text{ системасы түрүндө жазууга болот.}$$

Анда чыгарабыз

$$\begin{cases} 3x > -4 + 2 \\ 3x < 4 + 2, \end{cases} \quad \begin{cases} 3x > -2 \\ 3x < 6, \end{cases} \quad \begin{cases} x > -2/3 \\ x < 2. \end{cases}$$

мындан $-2/3 < x < 2$ келип чыгат

$$\text{Жообу: } \left(-\frac{2}{3}; 2\right)$$

$$д) |7 - 2x| \geq 3$$

$$1) 7 - 2x > 0 \text{ болсун, анда } 7 - 2x \geq 3 \text{ болот. Мындан}$$

$$\begin{cases} 7 - 2x > 0 \\ 7 - 2x \geq 3 \end{cases} \text{ системасын алабыз.}$$

$$\begin{cases} 7 - 2x > 0 \\ 7 - 2x \geq 3, \end{cases} \quad \begin{cases} -2x > -7 \\ -2x \geq 3 - 7, \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3,5 \\ x \leq 2 \end{cases} \quad x \leq 2.$$

$$2) 7 - 2x < 0 \text{ болсун, анда } 7 - 2x \leq -3 \text{ болот. Мындан}$$

$$\begin{cases} 7 - 2x < 0 \\ 7 - 2x \leq -3 \end{cases} \text{ системасын алабыз.}$$

$$\begin{cases} 7 - 2x < 0 \\ 7 - 2x \leq -3, \end{cases} \quad \begin{cases} -2x < -7 \\ -2x \leq -3 - 7, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3,5 \\ x \geq 5, \end{cases} \quad x \geq 5.$$

$$\text{Жообу: } x \leq 2; \quad x \geq 5 \quad (-\infty; 2] \text{ жана } [5; +\infty)$$

$$е) |2x - 1| \geq 7$$

$$1) 2x - 1 > 0 \text{ болсун, анда } 2x - 1 \geq 7 \text{ болот.}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 \geq 7, \end{cases} \text{ системасын алабыз.}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 \geq 7, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 1 \\ 2x \geq 7 + 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1/2 \\ x \geq 4, \end{cases} \quad x \geq 4.$$

2) $2x - 1 < 0$ болсун, анда $2x - 1 \leq -7$ болот. Мындан

$\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ 2x - 1 \leq -7 \end{cases}$, системасын алабыз.

$$\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ 2x - 1 \leq -7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 1 \\ 2x \leq -7 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 1/2 \\ x \leq -3 \end{cases} \quad x \leq -3$$

Жообу: $x \geq 4$; $x \leq -3$. $(-\infty; -3]$ жана $[4; +\infty)$

III глава Бүтүн көрсөткүчтүү даража

3.1. Бүтүн көрсөткүчтүү даража

Аныктама.

Эгерде $a \neq 0$ жана n бүтүн терс сан болсо, анда

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \text{ же } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ болот.}$$

$$\text{Мисал: } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}; \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{\frac{1}{32}} = 32;$$

0^n туюнтмасы $n=0$ болгондо жана n бүтүн терс сан болгондо мааниге ээ болбойт.

Мисалдар чыгаруу

1-мисал. Бүтүн он көрсөткүчтүү даража аркылуу туюнткула.

а) 7^{-5} ; 10^{-3} ; a^{-4} ; x^{-7} .

б) $(-2)^{-4}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; $(3a^{-2})^{-3}$; $(a+b)^{-7}$

Чыгаруу: а) $7^{-5} = \frac{1}{7^5}$; $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$; $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$; $x^{-7} = \frac{1}{x^7}$.

б) $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^3}$; $(3a^{-2})^{-3} = \frac{1}{(3a^{-2})^3}$;

$(a+b)^{-7} = \frac{1}{(a+b)^7}$.

2-мисал. Бүтүн терс көрсөткүчтүү даража аркылуу туюнткула.

а) $\frac{1}{5^3}$; $\frac{1}{2^6}$; $\frac{1}{10^5}$; $\frac{1}{a^4}$; б) $\frac{3}{7^4}$; $\frac{5}{(x+y)^3}$; $\frac{9}{x^5}$; $\frac{11}{10^9}$

Чыгаруу: а) $\frac{1}{5^3} = 5^{-3}$; $\frac{1}{2^6} = 2^{-6}$; $\frac{1}{10^5} = 10^{-5}$; $\frac{1}{a^4} = a^{-4}$;

$$\text{б) } \frac{3}{7^4} = 3 \cdot 7^{-4}; \quad \frac{5}{(x+y)^3} = 5 \cdot (x+y)^{-3}; \quad \frac{9}{x^5} = 9 \cdot x^{-5};$$

$$\frac{11}{10^9} = 11 \cdot 10^{-9}.$$

3-мисал. Сандардын ар бирин негизи 2 болгон даража түрүндө көрсөткүлө.

$$1; 4; 8; 16; 32; 64; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \frac{1}{64}.$$

$$\text{Чыгаруу: } 1 = 2^0; \quad 4 = 2^2; \quad 8 = 2^3; \quad 16 = 2^4; \quad 32 = 2^5; \quad 64 = 2^6;$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}; \quad \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}; \quad \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}; \quad \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5};$$

$$\frac{1}{64} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}.$$

4-мисал. Туянтмаларды эсептегиле.

$$\text{а) } 16 \cdot 2^{-3}; \quad \text{б) } 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}; \quad \text{в) } 5^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1};$$

$$\text{г) } (0,1)^{-3} \cdot 100; \quad \text{д) } 3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}; \quad \text{е) } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{-2}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } 16 \cdot 2^{-3} = 2^4 \cdot \frac{1}{2^3} = 2;$$

$$\text{б) } 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 3^2 \cdot (3^{-1})^{-2} = 3^4 = 81;$$

$$\text{в) } 5^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{5^2} + 5^1 = \frac{1}{25} + 5 = 5 \frac{1}{25};$$

$$\text{г) } (0,1)^{-3} \cdot 100 = \frac{1}{0,1^3} \cdot 100 = 100000;$$

$$\text{д) } 3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = 3^5 \cdot \frac{2^5}{3^5} = 2^5 = 32;$$

$$\text{е) } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{-2} = 1^{-2} = 1.$$

5-мисал. Туянтмаларды он көрсөткүчтүү бөлчөк түрүндө жазгыла.

$$\text{а) } 3x^{-2}; \quad \text{б) } 5x \cdot (2a)^{-1}; \quad \text{в) } 7x \cdot (x+y)^{-4};$$

$$\text{г) } 7^{-1} \cdot ab; \quad \text{д) } x^{-2} \cdot y^{-3}; \quad \text{е) } 2a^2b^{-5}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } 3x^{-2} = \frac{3}{x^2}; \quad \text{б) } 5x \cdot (2a)^{-1} = \frac{5x}{2a};$$

$$\text{в) } 7x \cdot (x+y)^{-4} = \frac{7x}{(x+y)^4}; \quad \text{г) } 7^{-1} \cdot ab = \frac{ab}{7};$$

$$\text{д) } x^{-2} \cdot y^{-3} = \frac{1}{x^2 \cdot y^3}; \quad \text{е) } 2a^2b^{-5} = \frac{2a^2}{b^5}.$$

3.2. Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттери

Натуралдык көрсөткүчтөр үчүн даражанын касиеттери бүтүн көрсөткүчтүү даражалар үчүн да туура.

Атап айтканда: ар кандай $a > 0$ сан жана каалагандай бүтүн m жана n сандары үчүн:

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad 2) a^m : a^n = a^{m-n};$$

$$3) (a^m)^n = a^{mn}; \quad 4) (ab)^n = a^n b^n; \quad 5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

орун алат.

Мисалдар чыгаруу

1-мисал. Туюнтманын маанисин тапкыла.

$$\text{а) } \frac{5^2}{5^4}; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}; \quad \text{в) } 3^2 + 2\left(\frac{1}{5}\right)^0 - 3^{-2} \cdot 9 + 3 \cdot 2^2;$$

$$\text{г) } (2^{-3})^3 \cdot 8^2; \quad \text{д) } 25^3 \cdot (5^{-3})^3; \quad \text{е) } \frac{3^{-3} \cdot 3^9}{243}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } \frac{5^2}{5^4} = 5^2 \cdot 5^{-4} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+(-2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8};$$

$$\text{в) } 3^2 + 2\left(\frac{1}{5}\right)^0 - 3^{-2} \cdot 9 + 3 \cdot 2^2 = 9 + 2 \cdot 1 - \frac{1}{3^2} \cdot 9 + 3 \cdot 4 = \\ = 9 + 2 - 1 + 12 = 22;$$

$$\text{г) } (2^{-3})^3 \cdot 8^2 = 2^{-9} \cdot (2^3)^2 = 2^{-9} \cdot 2^6 = 2^{-9+6} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$$

$$д) 25^3 \cdot (5^{-3})^3 = (5^2)^3 \cdot 5^{-9} = 5^6 \cdot 5^{-9} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125};$$

$$е) \frac{3^{-3} \cdot 3^9}{243} = \frac{3^{-3+9}}{243} = \frac{3^6}{3^5} = 3^{6-5} = 3.$$

2-мисал. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$а) 10x^2y^{-3} \cdot 3x^{-1}y^5; \quad б) (a^{-2} \cdot a^5): a^2;$$

$$в) 6a^3b^{-2} \cdot \frac{1}{3}a^{-3}b^3; \quad г) 14x^4y^{-1}: 7x^3y^{-3};$$

$$д) 18a^{-4}b^{-3}x^4: 9a^{-4}x^3; \quad е) 0,1x^2y: \frac{y^{-3}}{10^{-1}x^{-3}};$$

$$ж) \frac{18x^{-3}}{y^{-4}} \cdot \frac{y^2}{24x^{-5}}; \quad з) (a^{-2}b^4c^3): (3a^2b^{-3}c^2)$$

Чыгаруу: а) $10x^2y^{-3} \cdot 3x^{-1}y^5 = 30x^{2-1}y^{-3+5} = 30xy^2;$

б) $(a^{-2} \cdot a^5): a^2 = a^{-2+5}: a^2 = a^{3-2} = a;$

в) $6a^3b^{-2} \cdot \frac{1}{3}a^{-3}b^3 = 2a^{3-3}b^{-2+3} = 2a^0b = 2b ;$

г) $14x^4y^{-1}: 7x^3y^{-3} = 2x^{4-3}y^{-1-(-3)} = 2xy^2;$

д) $18a^{-4}b^{-3}x^4: 9a^{-4}x^3 = 2a^{-4-(-4)}b^{-3}x^{4-3} = 2a^0b^{-3}x = 2b^{-3}x ;$

е) $0,1x^2y: \frac{y^{-3}}{10^{-1}x^{-3}} = 0,1x^2y: (10x^3y^{-3}) = 0,01x^{2-3}y^{1-(-3)} = 0,01x^{-1}y^4;$

ж) $\frac{18x^{-3}}{y^{-4}} \cdot \frac{y^2}{24x^{-5}} = \frac{18}{24} \cdot x^{-3}y^4y^2x^5 = \frac{3}{4}x^2y^6;$

з) $(a^{-2}b^4c^3): (3a^2b^{-3}c^2) = \frac{1}{3}a^{-2-2}b^{4-(-3)}c^{3-2} = \frac{1}{3}a^{-4}b^7c .$

3.3. Сандын стандарттык түрү

Аныктама. a санынын стандарттык түрдө жазылышы деп, анын $a \cdot 10^n$ түрүндө жазылышы аталат.

$A = a \cdot 10^n$ – мында $A > 0, 1 \leq a < 10, n \in Z, n$ саны A санынын тартиби деп аталат.

Мисалы. Стандарттык түрдө жазылган $2 \cdot 10^5$ санынын тартиби 5ке барабар. Ал эми $3,17 \cdot 10^{-8}$ санынын тартиби – 8ге барабар.

Сандын стандарттык жазылышында 10 саны жана анын бүтүн даражалары негизги орунда турат.

$$10 = 10^1; 100 = 10^2; 1000 = 10^3; \dots$$

$$0,1 = 10^{-1}; 0,01 = 10^{-2}; 0,001 = 10^{-3}; \dots$$

Аныктама. Сандын маани берүүчү цифралары деп, анын башталышында турган нөлдөрдөн башка бардык цифралар аталат.

Мисалы. 0,0042, мында маани берүүчү цифралар 4 жана 2.

1-мисал. $A=0,0000348$ санын стандарттык түрдө жазгыла.

Чыгаруу: А санынын бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой стандарттуу түрдө жазуу үчүн, сандагы үтүрдү 5 орунга оң жылдырып коебуз.

$$\text{Анда } 0,0000348 = 3,48 : 10^5 = \frac{3,48}{10^5} = 3,48 \cdot 10^{-5}.$$

2-мисал. Төмөнкү сандарды бүтүнүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой стандарттык түрдө жазгыла.

а) 569; б) 8367; в) 0,672; г) 0,00000284.

Чыгаруу: а) $569 = 5,69 \cdot 10^2$; б) $8367 = 8,367 \cdot 10^3$;

в) $0,672 = 6,72 \cdot 10^{-1}$; г) $0,00000284 = 2,84 \cdot 10^{-6}$.

3-мисал. Бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой кылып, амалдарды аткаргыла:

а) $(7,3 \cdot 10^2)(2,1 \cdot 10^6)$; б) $(8,7 \cdot 10^{-2})(3,4 \cdot 10^5)$;

в) $(4,7 \cdot 10^{-4}) : (2,3 \cdot 10^{-2})$; г) $(9,8 \cdot 10^5) : (3,1 \cdot 10^{-3})$.

Чыгаруу:

а) $(7,3 \cdot 10^2)(2,1 \cdot 10^6) = 7,3 \cdot 2,1 \cdot 10^{2+6} = 15,33 \cdot 10^8 = 1,533 \cdot 10^9$;

б) $(8,7 \cdot 10^{-2})(3,4 \cdot 10^5) = 8,7 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2+5} = 29,58 \cdot 10^3 = 2,958 \cdot 10^4$;

в) $(4,7 \cdot 10^{-4}) : (2,3 \cdot 10^{-2}) = \frac{4,7 \cdot 10^{-4}}{2,3 \cdot 10^{-2}} = 2,04 \cdot 10^{-4-(-2)} = 2,04 \cdot 10^{-2}$;

г) $(9,8 \cdot 10^5) : (3,1 \cdot 10^{-3}) = \frac{9,8 \cdot 10^5}{3,1 \cdot 10^{-3}} = 3,16 \cdot 10^{5-(-3)} = 3,16 \cdot 10^8$.

3.4. Сандардын жакындатылган маанилери менен амалдарды жүргүзүү

1-эреже. Жакындатылган сандардын алынып ташталуучу биринчи цифрасы 5тен кичине болсо, анда калтырылган сандын өзү жазылат. Эгер алып ташталуучу биринчи цифра 5тен чоң болсо, анда калтырылган цифрага 1 кошулуп жазылат.

1-мисал. 6,7325 санын 0,01 тактыкта, 17,8279 санын 0,001 тактыкта тегеректегиле.

Чыгаруу: 1-эреже боюнча чыгарабыз.

$$6,7325 \approx 6,73 \text{ кеми менен жакындаштырылды;}$$

$$17,8279 \approx 17,828 \text{ ашыгы менен тегеректелди.}$$

2-эреже. Жакындатылган сандарды кошуп же кемитүүдө ондук белгилердин саны амалга катышкан жакындатылган сандардын ондук белгисинин эң аз санындай болот.

2-мисал. Жакындатылган сандардын суммасын жана айырмасын тапкыла.

$$\text{а) } 2,471 + 24,6284 + 7,36 + 46,2; \quad \text{б) } 9,46 - 5,81692.$$

Чыгаруу:

$$\text{а) } 2,471 + 24,6284 + 7,36 + 46,2 = 2,47 + 24,63 + 7,36 + 46,2 = 80,66 \approx 80,7;$$

$$\text{б) } 9,46 - 5,81692 = 9,46 - 5,817 = 3,643 \approx 3,64.$$

3-эреже. Жакындатылган сандарды кобойтүү же бөлүүдө натыйжасындагы маани берүүчү цифралардын саны, амалга катышкан сандардын маани берүүчү цифраларынын эң аз санындай болот.

$$\text{3-мисал. } 5,426 \cdot 0,061 = 0,330986 \approx 0,33;$$

$$6,280543 : 3,46 = 1,8151815 \approx 1,82.$$

III главага көнүгүүлөр үчүн тапшырма

45. Он көрсөткүчтүү даража түрүндө көрсөткүлө.

$$\text{а) } 5^{-4}; \quad \text{б) } 2^{-7}; \quad \text{в) } a^{-3}; \quad \text{г) } \frac{1}{c^{-8}}; \quad \text{д) } (a-b)^{-2}; \quad \text{е) } \frac{1}{(x+y)^{-10}}.$$

$$\text{Чыгаруу: а) } 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4; \quad \text{б) } 2^{-7} = \frac{1}{2^7} = \left(\frac{1}{2}\right)^7;$$

$$в) a^{-3} = \frac{1}{a^3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3; \quad г) \frac{1}{c^{-8}} = c^8;$$

$$д) (a-b)^{-2} = \frac{1}{(a-b)^2} = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2;$$

$$е) \frac{1}{(x+y)^{-10}} = (x+y)^{10}.$$

46. Терс көрсөткүчтүү даража түрүндө көрсөткүлө.

$$а) 32; \quad б) \frac{1}{128}; \quad в) 243; \quad г) \frac{1}{625}.$$

$$\text{Чыгаруу: } а) 32 = 2^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}; \quad б) \frac{1}{128} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7};$$

$$в) 243 = 3^5 = \frac{1}{3^{-5}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}; \quad г) \frac{1}{625} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}.$$

47. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

$$а) mn^{-2} + m^{-2}n; \quad б) (a^{-3} \cdot a^5): a^4; \quad в) x^{-5}: x^{-2} \cdot x^4;$$

$$г) 20x^2b^{-3} \cdot 3x^{-4}b^7; \quad д) m^{-3}n^{-5}n^5 \cdot (0,2)^{-2} \cdot m^{-10}n^4;$$

$$е) 22x^{-4}y^{-3}m^4: (11x^{-1}y^5).$$

$$\text{Чыгаруу: } а) mn^{-2} + m^{-2}n = \frac{m}{n^2} + \frac{n}{m^2} = \frac{m^3+n^3}{n^2m^2};$$

$$б) (a^{-3} \cdot a^5): a^4 = a^{-3+5}: a^4 = a^2: a^4 = a^{2-4} = a^{-2};$$

$$в) x^{-5}: x^{-2} \cdot x^4 = x^{-5-(-2)+4} = x^{-3+4} = x;$$

$$г) 20x^2b^{-3} \cdot 3x^{-4}b^7 = 60x^{2-4}b^{-3+7} = 60x^{-2}b^4;$$

$$д) m^{-3}n^{-5}n^5 \cdot (0,2)^{-2} \cdot m^{-10}n^4 = \frac{1}{0,2^2} m^{-3-10} n^{-5+5+4} = 25m^{-13}n^4;$$

$$е) 22x^{-4}y^{-3}m^4: (11x^{-1}y^5) = 2x^{-4-(-1)}y^{-3-5}m^4 = 2x^{-3}y^{-8}m^4.$$

48. Эсептегиле.

$$а) (-32) \cdot (1:2^6) \cdot 2^3; \quad б) 3^3 \cdot \frac{1}{81} \cdot 27^2 \cdot 3^{-3};$$

$$в) \frac{4^{-5} \cdot 8^2}{4^{-2}};$$

$$г) \frac{1}{8}: \frac{16}{2^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}.$$

Чыгаруу:

$$а) (-32) \cdot (1:2^6) \cdot 2^3 = -2^5 \cdot 2^{-6} \cdot 2^3 = -(2)^{5-6+3} = -2^2 = -4;$$

$$б) 3^3 \frac{1}{81} \cdot 27^2 \cdot 3^{-3} = 3^3 \cdot 3^{-4} \cdot 3^6 \cdot 3^{-3} = 3^{3-4+6-3} = 3^2 = 9;$$

$$в) \frac{4^{-5} \cdot 8^2}{4^{-2}} = 2^{-10} \cdot 2^6 \cdot 2^4 = 2^0 = 1;$$

$$г) \frac{1}{8} : \frac{16}{2^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^{-3} : 2^4 \cdot 2^2 \cdot 2 = 2^{-4} = \frac{1}{16}.$$

49. Сандарды стандарттык түрдө жазгыла.

$$а) 359; \quad 6743; \quad 0,264; \quad 0,000405;$$

$$б) 860000000; \quad 5420000000; \quad 0,000000295.$$

$$\text{Чыгаруу: } а) 359 = 3,59 \cdot 10^2; \quad 6743 = 6,743 \cdot 10^3;$$

$$0,264 = 2,64 \cdot 10^{-1}; \quad 0,000405 = 4,05 \cdot 10^{-4};$$

$$б) 860000000 = 8,6 \cdot 10^7; \quad 5420000000 = 5,42 \cdot 10^8;$$

$$0,000000295 = 2,95 \cdot 10^{-7}.$$

50. Бүтүн бөлүгүндө бир маани берүүчү цифрасы болгондой кылып амалдарды аткаргыла.

$$а) (3,8 \cdot 10^2)(2,7 \cdot 10^8); \quad б) (3,6 \cdot 10^{-1}) : (2,3 \cdot 10^{-3});$$

$$в) (24,44 \cdot 10^{-7}) : (4,7 \cdot 10^2); \quad г) (8,9 \cdot 10^9)(5,4 \cdot 10^{-5}).$$

Чыгаруу:

$$а) (3,8 \cdot 10^2)(2,7 \cdot 10^8) = 3,8 \cdot 2,7 \cdot 10^{10} = 10,26 \cdot 10^{10} = 1,026 \cdot 10^{11};$$

$$б) (3,6 \cdot 10^{-1}) : (2,3 \cdot 10^{-3}) = \frac{3,6 \cdot 10^{-1}}{2,3 \cdot 10^{-3}} = 1,57 \cdot 10^{-1-(-3)} = 1,57 \cdot 10^2;$$

$$в) (24,44 \cdot 10^{-7}) : (4,7 \cdot 10^2) = \frac{24,44 \cdot 10^{-7}}{4,7 \cdot 10^2} = 5,2 \cdot 10^{-7-2} = 5,2 \cdot 10^{-9};$$

$$г) (8,9 \cdot 10^9)(5,4 \cdot 10^{-5}) = 48,06 \cdot 10^4 = 4,806 \cdot 10^5.$$

IV глава
Квадраттык тамырлар

4.1. Арифметикалык квадраттык тамыр

Аныктама.

a санынан алынган арифметикалык квадраттык тамыр деп, квадраты a га барабар болгон терс эмес сан аталат.

a санынын арифметикалык квадраттык тамыры \sqrt{a} деп белгиленет. $\sqrt{\quad}$ белгиси, квадраттык тамыр белгиси.

\sqrt{a} – « a дан алынган квадраттык тамыр» деп окулат.

Аныктаманын негизинде $a \geq 0$ үчүн $(\sqrt{a})^2 = a$ – барабардыгы келип чыгат.

1-мисал. Төмөнкү сандардан арифметикалык тамыр чыгаргыла.

а) $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{36}$;

б) $\sqrt{100}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{256}$; $\sqrt{324}$; $\sqrt{361}$;

в) $\sqrt{400}$; $\sqrt{484}$; $\sqrt{576}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{784}$;

г) $\sqrt{900}$; $\sqrt{1024}$; $\sqrt{2500}$; $\sqrt{4900}$; $\sqrt{8100}$;

д) $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{0,16}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0,64}$; $\sqrt{0,01}$.

Чыгаруу: а) $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$;

$\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{36} = 6$;

б) $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt{121} = 11$; $\sqrt{144} = 12$; $\sqrt{256} = 16$;

$\sqrt{324} = 18$; $\sqrt{361} = 19$;

в) $\sqrt{400} = 20$; $\sqrt{484} = 22$; $\sqrt{576} = 24$; $\sqrt{625} = 25$;

$\sqrt{784} = 28$;

г) $\sqrt{900} = 30$; $\sqrt{1024} = 32$; $\sqrt{2500} = 50$; $\sqrt{4900} = 70$;
 $\sqrt{8100} = 90$;

д) $\sqrt{0,09} = 0,3$; $\sqrt{0,16} = 0,4$; $\sqrt{0,36} = 0,6$; $\sqrt{0,64} = 0,8$;
 $\sqrt{0,01} = 0,1$.

2-мисал. Эсептегиле.

а) $5 + \sqrt{9}$; б) $8 - \sqrt{49}$; в) $3^2 + \sqrt{5^2 + 6 \cdot 2^2}$;

г) $\sqrt{0,05 + 0,04}$; д) $18 - 2\sqrt{0,16}$; е) $2 + (\sqrt{0,49})^2$.

Чыгаруу: а) $5 + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8$; б) $8 - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$;

в) $3^2 + \sqrt{5^2 + 6 \cdot 2^2} = 9 + \sqrt{25 + 24} = 9 + \sqrt{49} = 9 + 7 = 16$;

г) $\sqrt{0,05 + 0,04} = \sqrt{0,09} = 0,3$;

д) $18 - 2\sqrt{0,16} = 18 - 2 \cdot 0,4 = 18 - 0,8 = 17,2$;

е) $2 + (\sqrt{0,49})^2 = 2 + 0,49 = 2,49$.

3-мисал. x тин кандай маанилеринде туюнтма мааниге ээ болот?

а) $\sqrt{5x}$; б) $\sqrt{-3x}$; в) $\sqrt{7-x}$; г) $\sqrt{9+x}$.

Чыгаруу: а) $\sqrt{5x}$ туюнтмасы мааниге ээ болуш үчүн $5x \geq 0$ болуш керек. Демек x оң сандар же $x \geq 0$ болушу шарт.

б) $\sqrt{-3x}$, $-3x \geq 0$ жана $x \leq 0$ маанилеринде;

в) $\sqrt{7-x}$, $7-x \geq 0$, $-x \geq -7$, $x \leq 7$ маанилеринде;

г) $\sqrt{9+x}$, $9+x \geq 0$, $x \geq -9$ маанилеринде.

4.2. Анык сандар

Силерге белгилүү $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ натуралдык сандардын көптүгү, $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ бүтүн сандардын көптүгү.

Бүтүн сандардын көптүгү жана оң, терс бөлчөк сандар, ондук бөлчөктөр, мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөр рационалдык сандардын Q көптүгүн түзөт.

Мезгилсиз чексиз ондук бөлчөктөн турган сан рационалдык эмес санды туюнтат. Ал сандар иррационалдык сандар деп аталат.

Мисалы. $\pi = 3,1415926 \dots$ саны иррационалдык сан болот. $3,010010001\dots$, $5,020022000222\dots$, $2,37011\dots$ сыяктуу чексиз мезгилсиз ондук бөлчөктөр иррационалдык сандар.

Ошондой эле натуралдык сандардын кээ бир квадраттык тамырлары да иррационалдык сандар болот.

Мисалы. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ ж.б.

Аныктама.

Рационалдык жана иррационалдык сандардын көптүгүнөн турган сандар анык сандар деп аталат.

Анык сандардын көптүгү R тамгасы менен белгиленет.

1-мисал. Төмөнкүлөр туурабы?

- а) ар бир рационалдык сан анык сан болот;
- б) ар бир анык сан рационалдык сан болот;
- в) ар бир иррационалдык сан анык сан болот;
- г) ар бир анык сан иррационалдык сан болот.

Жообу: а) болот; б) болбойт; в) болот; г) болбойт.

2-мисал. $\frac{1}{3}$; 0,75; 0; 2(3); π ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{26}$; 2,37011 ...

сандарынын ичинен рационалдуу жана иррационалдуу сандарды көрсөткүлө.

Чыгаруу:

$\frac{1}{3}$; 0,75; 0; 2(3); – рационалдуу сандар;

π ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{26}$; 2,37011 ... – иррационалдуу сандар.

3-мисал. Төмөнкү мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөрдү кадимки бөлчөк түрүндө көрсөткүлө.

а) 1,(4); б) 2,1(6).

Чыгаруу: а) $x = 1,(4) = 1,444\dots$ болсун. Анда $10x = 14,444\dots$ болот. Экинчи барабардыктан биринчисин кемители.

$$10x - x = 14,444\dots - 1,444\dots,$$

$$9x = 13,$$

$$x = 13/9,$$

$$x = 1\frac{4}{9}.$$

б) $x = 2,1(6)$ – болсун. Анда $10x = 21,666\dots$

$$1000x = 2166,666\dots$$

Үчүнчү барабардыктан экинчи барабардыкты кемители.

$$1000x - 10x = 2166,666\dots - 21,666\dots,$$

$$990x = 2145,$$

$$x = 2145:990, \quad x = 2\frac{1}{6}.$$

4-мисал. Төмөнкүлөр туурабы? (\in – таандык белгиси)

а) $5,21 \in N$; $5,21 \in Z$; $5,21 \in Q$; $5,21 \in R$

б) $240 \in N$; $240 \in Z$; $240 \in Q$; $240 \in R$

в) $\pi \in N$; $\pi \in Z$; $\pi \in Q$; $\pi \in R$

Чыгаруу: а); $5,21 \in Q$; $5,21 \in R$
 б) бардыгы туура; в) $\pi \in R$

4.3. Комплекстүү сандар

$x^2 + 1 = 0$ теңдемеси анык сандардын көптүгүндө тамырга ээ эмес, ал эми комплекстүү сандардын көптүгүндө тамырга ээ болот. Ал тамыр i тамгасы менен белгиленет жана жалган (мнимый) бирдик деп аталат.

Аныктама.

$a + bi$ түрүндөгү туюнтмалар комплекстүү сандар деп аталат. Мында a жана b анык сандар, i бул $i^2 = -1$ барабардыгы аткарылган комплекстүү сан.

a саны комплекстүү сандын анык бөлүгү, b саны анын мнимый бөлүгү деп аталат.

Мисалы. $5 + 2i$ комплекстүү санынын анык бөлүгү 5, ал эми мнимый бөлүгү 2.

Комплекстүү сандардын үстүнөн жүргүзүлүүчү арифметикалык амалдар, анык сандар үчүн кандай аткарылса ошондой аткарылат.

I-мисал. Амалдарды аткаргыла.

а) $(5 + 4i) + (2 - 3i)$; б) $(7 - 5i) - (3 - 2i)$;

в) $(3 - 2i)(2 + 4i)$; г) $\frac{5+3i}{3-2i}$.

Чыгаруу: а) $(5 + 4i) + (2 - 3i) = 5 + 4i + 2 - 3i = 7 + i$;

б) $(7 - 5i) - (3 - 2i) = 7 - 5i - 3 + 2i = 4 - 3i$;

в) $(3 - 2i)(2 + 4i) = 6 + 12i - 4i - 8i^2 = 6 + 8i - 8(-1) = 14 + 8i$;

г) $\frac{5+3i}{3-2i} = \frac{(5+3i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{15+10i+9i+6i^2}{9-(2i)^2} = \frac{15+19i+6(-1)}{9-4i^2} = \frac{9+19i-6}{9+4} = \frac{3+19i}{13} = \frac{3}{13} + \frac{19}{13}i$.

$\frac{c+di}{a+bi}$ бөлчөгүн эсептегенде анын алымын да бөлүмүн да $a - bi$ санына көбөйтөбүз. $a - bi$ саны $a + bi$ санына түйүндөш сан деп аталат. Алдыңкы мисалда бөлчөктүн алымы менен бөлүмүн $3+2i$ түйүндөш санына көбөйттүк.

2-мисал. Эсептегиле $\frac{(3+2i)(1-i)}{(1+i)(2+4i)}$;

$$\begin{aligned} \text{Чыгаруу: } \frac{(3+2i)(1-i)}{(1+i)(2+4i)} &= \frac{3-3i+2i-2i^2}{2+4i+2i+4i^2} = \frac{5-i}{-2+6i} = -\frac{(5-i)(2+6i)}{(2-6i)(2+6i)} = \\ &= -\frac{10+30i-2i-6i^2}{4-36i^2} = \frac{16+28i}{4+36} = \frac{16}{40} + \frac{28i}{40} = \frac{2}{5} + \frac{7}{10}i; \end{aligned}$$

3-мисал. $(3x+y)+(x-y)=6+2i$ болсо, x жана y сандарын тапкыла.

Чыгаруу: Комплекстүү сандардын барабардыгынын аныктамасы боюнча

$$\begin{cases} 3x + y = 6; \\ x - y = 2; \end{cases} \begin{aligned} 4x &= 8, \\ x &= 8 : 4, \\ x &= 2. \end{aligned}$$

$$y = 6 - 3x = 6 - 6 = 0 \text{ демек } x=2; y=0.$$

4. 1. -4. 3. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

51. Тамырдын маанисин тапкыла.

а) $\sqrt{289}$; $\sqrt{6400}$; $\sqrt{196}$; $\sqrt{10000}$;

б) $\sqrt{0,04}$; $\sqrt{0,81}$; $\sqrt{2,56}$; $\sqrt{1,44}$;

в) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; $\sqrt{\frac{36}{49}}$; $\sqrt{\frac{64}{9}}$; $\sqrt{\frac{81}{100}}$;

г) $\sqrt{1\frac{11}{25}}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; $\sqrt{12\frac{1}{4}}$.

Чыгаруу: а) $\sqrt{289} = 17$; $\sqrt{6400} = 80$; $\sqrt{196} = 14$;
 $\sqrt{10000} = 100$;

б) $\sqrt{0,04} = 0,2$; $\sqrt{0,81} = 0,9$; $\sqrt{2,56} = 1,6$; $\sqrt{1,44} = 1,2$;

в) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$; $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$; $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$; $\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10}$;

г) $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$; $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$;

$$\sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}.$$

52. Туюнтманын маанисин тапкыла.

- а) $\sqrt{0,09} - \sqrt{0,04}$; б) $5\sqrt{16} + 0,2\sqrt{100}$; в) $-3\sqrt{0,64} - (\sqrt{2})^2$;
г) $12: \sqrt{16} + \sqrt{3^2 + 4^2}$; д) $3\sqrt{4 \cdot 16} - 2\sqrt{2 \cdot 8}$; е) $5 - 10\sqrt{0,01}$.

Чыгаруу:

а) $\sqrt{0,09} - \sqrt{0,04} = 0,3 - 0,2 = 0,1$;

б) $5\sqrt{16} + 0,2\sqrt{100} = 5 \cdot 4 + 0,2 \cdot 10 = 20 + 2 = 22$;

в) $-3\sqrt{0,64} - (\sqrt{2})^2 = -3 \cdot 0,8 - 2 = -2,4 - 2 = -4,4$;

г) $12: \sqrt{16} + \sqrt{3^2 + 4^2} = 12: 4 + \sqrt{9 + 16} = 3 + \sqrt{25} = 3 + 5 = 8$;

д) $3\sqrt{4 \cdot 16} - 2\sqrt{2 \cdot 8} = 3\sqrt{64} - 2\sqrt{16} = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 4 = 16$;

е) $5 - 10\sqrt{0,01} = 5 - 10 \cdot 0,1 = 5 - 1 = 4$.

53. Теңдемени чыгаргыла.

- а) $\sqrt{x} = 7$; б) $\sqrt{x} = 0,5$; в) $\sqrt{x} - 6 = 0$; г) $\sqrt{x} - 11 = 0$.

Чыгаруу:

а) $\sqrt{x} = 7$;
 $(\sqrt{x})^2 = 7^2$,
 $x = 49$.

б) $\sqrt{x} = 0,5$;
 $(\sqrt{x})^2 = (0,5)^2$,
 $x = 0,25$.

в) $\sqrt{x} - 6 = 0$;
 $\sqrt{x} = 6$,
 $(\sqrt{x})^2 = 6^2$,
 $x = 36$.

г) $\sqrt{x} - 11 = 0$.
 $\sqrt{x} = 11$,
 $(\sqrt{x})^2 = 11^2$,
 $x = 121$.

54. а) Төмөнкү сандардын ичинен рационалдык жана иррационалдык сандарды ажыратып жазгыла.

2; $-2,1(3)$; $0,101001000\dots$; $3,2(18)$; $-3\frac{1}{4}$; $2\sqrt{2}$; $\sqrt{17}$; 100;
 $0,818118111\dots$

Чыгаруу:

Рационалдык сандар: 2; $-2,1(3)$; $3,2(18)$; $-3\frac{1}{4}$; 100;

иррационалдык сандар: $0,101001000\dots$; $0,818118111\dots$; $2\sqrt{2}$;
 $\sqrt{17}$;

54. б) Төмөнкү мезгилдүү чексиз ондук бөлчөктөрдү кадимки бөлчөк түрүндө жазгыла.

а) $2,(7)$; б) $1,8(3)$

Чыгаруу: а) $x=2,(7)=2,777\dots$ болсун, анда $10x=27,777\dots$ болот. Экинчи барабардыктан биринчи барабардыкты кемители.

$$10x - x = 27,777 - 2,777,$$

$$9x = 25,$$

$$x = 25:9,$$

$$x = 2\frac{7}{9};$$

Жообу: $2\frac{7}{9}$;

б) $x=1,8(3)=1,8333\dots,$

$$10x = 18,333,$$

$100x = 183,333$ үчүнчү барабардыктан экинчи барабардыкты кемитебиз

$$100x - 10x = 183,333 - 18,333,$$

$$90x = 165,$$

$$x = 165:90,$$

$$x = 1\frac{75}{90} = 1\frac{5}{6}.$$

Жообу: $1\frac{5}{6}$.

55. Комплекстүү сандын анык жана мнимый бөлүктөрү тиешелүү түрдө берилсе, аны жазгыла.

а) 2 жана 5; б) 3 жана -4 ; в) $-\frac{2}{3}$ жана $\frac{3}{5}$; г) $\sqrt{5}$ жана -3 .

Чыгаруу: а) $2+5i$; б) $3-4i$; в) $-\frac{2}{3}+\frac{3}{5}i$; г) $\sqrt{5}-3i$.

56. Амалдарды аткаргыла.

а) $(2+3i)+(5-i)$; б) $(4-2i)-(2+5i)$; в) $(3-2i)(1+3i)$; г) $(1-4i)(3+i)$

Чыгаруу:

а) $(2+3i)+(5-i) = 2+3i+5-i=7+2i$;

б) $(4-2i)-(2+5i) = 4-2i-2-5i=2-7i$;

в) $(3-2i)(1+3i) = 3+9i-2i-6i^2 = 3+7i+6=9+7i$;

г) $(1-4i)(3+i) = 3+i-12i-4i^2 = 3-11i+4=7-11i$.

57. Берилген комплекстүү сандарга түйүндөш санды жазгыла.

а) $1-i$; б) $4+3i$; в) $-5+2i$; г) $-3-4i$.

Чыгаруу: Түйүндөш сандардын көбөйтүндүсү анык сан болот.

а) $1-i$ санына түйүндөш сан $1+i$ саны болот.

$$(1-i)(1+i)=1-i^2=1-(-1)=1+1=2;$$

б) $(4+3i)(4-3i)=16-12i+12i-9i^2=16-9(-1)=16+9=25;$

в) $-5+2i=-(5-2i)$ буга түйүндөш сан $5+2i$ болот.

$$-(5-2i)(5+2i)=- (25+10i-10i-4i^2)=- (25+4)=-29;$$

г) $-3-4i=-(3+4i)$ буга түйүндөш сан $3-4i$ болот.

$$-(3+4i)(3-4i)=- (9-12i+12i-16i^2)=- (9+16)=-25.$$

58. Эки комплекстүү сандын тийиндисин тапкыла.

а) $\frac{2-3i}{1-i}$; б) $\frac{3-i}{1+2i}$.

Чыгаруу: а) $\frac{2-3i}{1-i} = \frac{(2-3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+2i-3i-3i^2}{1-i^2} = \frac{2-i-3(-1)}{1-(-1)} =$

$$= \frac{5-i}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i;$$

б) $\frac{3-i}{1+2i} = \frac{(3-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{3-6i-i+2i^2}{1-4i^2} = \frac{3-7i-2}{1+4} = \frac{1-7i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i.$

4.4. Арифметикалык квадраттык тамырдын касиеттери

1^0 . Терс эмес көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүнүн тамыры, ал көбөйтүүчүлөрдүн тамырларынын көбөйтүндүсүнө барабар.

б.а. $a \geq 0, b \geq 0$ болсо $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ болот.

1-мисал. Гуюнтманын маанисин тапкыла.

а) $\sqrt{81 \cdot 25}$; б) $\sqrt{0,09 \cdot 100}$; в) $\sqrt{900 \cdot 16}$;

г) $\sqrt{2,56 \cdot 0,04}$; д) $\sqrt{36 \cdot 0,25 \cdot 121}$; е) $\sqrt{0,64 \cdot 100 \cdot 0,81}$.

Чыгаруу: а) $\sqrt{81 \cdot 25} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 9 \cdot 5 = 45;$

б) $\sqrt{0,09 \cdot 100} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{100} = 0,3 \cdot 10 = 3;$

в) $\sqrt{900 \cdot 16} = \sqrt{900} \cdot \sqrt{16} = 30 \cdot 4 = 120;$

г) $\sqrt{2,56 \cdot 0,04} = \sqrt{2,56} \cdot \sqrt{0,04} = 1,6 \cdot 0,2 = 0,32;$

д) $\sqrt{36 \cdot 0,25 \cdot 121} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{121} = 6 \cdot 0,5 \cdot 11 = 33;$

е) $\sqrt{0,64 \cdot 100 \cdot 0,81} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{0,81} = 0,8 \cdot 10 \cdot 0,9 =$

$$= 7,2.$$

2-мисал. Тамырдын маанисин тапкыла.

- а) $\sqrt{32 \cdot 50}$; б) $\sqrt{128 \cdot 72}$; в) $\sqrt{0,98 \cdot 2,88}$; г) $\sqrt{640 \cdot 90}$;
д) $\sqrt{17^2 - 8^2}$; е) $\sqrt{82^2 - 18^2}$; ж) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; з) $\sqrt{108} \cdot \sqrt{3}$.

Чыгаруу:

$$\text{а) } \sqrt{32 \cdot 50} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 50} = \sqrt{16 \cdot 100} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{100} = 4 \cdot 10 = 40;$$

$$\text{б) } \sqrt{128 \cdot 72} = \sqrt{128 \cdot 2 \cdot 36} = \sqrt{256 \cdot 36} = \sqrt{256} \cdot \sqrt{36} = 16 \cdot 6 = 96;$$

$$\text{в) } \sqrt{0,98 \cdot 2,88} = \sqrt{0,98 \cdot 2 \cdot 1,44} = \sqrt{1,96 \cdot 1,44} = \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{1,44} = 1,4 \cdot 1,2 = 1,68;$$

$$\text{г) } \sqrt{640 \cdot 90} = \sqrt{64 \cdot 10 \cdot 90} = \sqrt{64 \cdot 900} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{900} = 8 \cdot 30 = 240;$$

$$\text{д) } \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17 - 8)(17 + 8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$\text{е) } \sqrt{82^2 - 18^2} = \sqrt{(82 - 18)(82 + 18)} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80;$$

$$\text{ж) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4;$$

$$\text{з) } \sqrt{108} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{108 \cdot 3} = \sqrt{324} = 18.$$

2⁰. Алымы терс эмес, бөлүмү оң болгон бөлчөктүн тамыры, алымынан алынган тамырды бөлүмүнөн алынган тамырга бөлгөнгө барабар.

б.а. $a \geq 0$, $b > 0$ болсо $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ болот.

3-мисал. Тамырдын маанисин тапкыла.

- а) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; б) $\sqrt{\frac{64}{81}}$; в) $\sqrt{1\frac{13}{36}}$; г) $\sqrt{2\frac{2}{49}}$; д) $\sqrt{1\frac{11}{25} \cdot 1\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{5\frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{4}}$.

Чыгаруу: а) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$; б) $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$;

$$в) \sqrt{1 \frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6};$$

$$г) \sqrt{2 \frac{2}{49}} = \sqrt{\frac{100}{49}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{49}} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7};$$

$$д) \sqrt{1 \frac{11}{25} \cdot 1 \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{36}{25} \cdot \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} = 1 \frac{1}{2};$$

$$е) \sqrt{5 \frac{4}{9} \cdot 2 \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{9} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}.$$

4-мисал. Гийиндинин маанисин тапкыла.

$$а) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}; \quad б) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}}; \quad в) \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{1700}}; \quad г) \frac{\sqrt{0,08}}{\sqrt{0,5}}.$$

Чыгаруу: а) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{3}{48}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4};$

$$б) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} = \sqrt{\frac{5}{125}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}; \quad в) \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{1700}} = \sqrt{\frac{17}{1700}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10};$$

$$г) \frac{\sqrt{0,08}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{0,08}{0,5}} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

Даражадан квадраттык тамыр чыгаруу

Теорема: a нын ар кандай маанисинде $\sqrt{a^2} = |a|$ барабардыгы туура келет.

5-мисал. $\sqrt{x^{12}}$ туюнтмасын жонокойлөтөбүз. x^{12} даражасын $(x^6)^2$ түрүндө туюнтуп алабыз.

$$\sqrt{x^{12}} = \sqrt{(x^6)^2} = |x^6|,$$

Мында ар кандай x үчүн $x^6 \geq 0$ болгондуктан $|x^6| = x^6$ болот.

$$\text{Демек } \sqrt{x^{12}} = x^6.$$

6-мисал. $\sqrt{a^{10}}$ туюнтмасын жөнөкөйлөткүлө.

$$\sqrt{a^{10}} = \sqrt{(a^5)^2} = |a^5|,$$

эгерде $a \geq 0$ болсо, $a^5 \geq 0$, ошондуктан $|a^5| = a^5$,
эгерде $a < 0$ болсо, $a^5 < 0$, ошондуктан $|a^5| = -a^5$.

7-мисал. Туянтманы жөнөкөйлөткүлө.

- а) Эгерде $a > 0$ болсо, $\sqrt{a^2}$ ты;
б) Эгерде $x < 0$ болсо, $\sqrt{x^2}$ ты;
в) Эгерде $m \geq 0$ болсо, $7\sqrt{m^2}$ ты;
г) Эгерде $b \geq 0$ болсо, $-3\sqrt{b^2}$ ты;
д) Эгерде $y \leq 0$ болсо, $\sqrt{25y^2}$ ты;
е) Эгерде $a \geq 0$ болсо, $-9\sqrt{36a^2}$ ты.

Чыгаруу: а) $a > 0$ болсо, $\sqrt{a^2} = a$;

б) $x < 0$ болсо, $\sqrt{x^2} = |x| = -x$;

в) $m \geq 0$ болсо, $7\sqrt{m^2} = 7|m| = 7m$;

г) $b \geq 0$ болсо, $-3\sqrt{b^2} = -3|b| = -3b$;

д) $y \leq 0$ болсо, $\sqrt{25y^2} = 5|y|$;

е) $a \geq 0$ болсо, $-9\sqrt{36a^2} = -9 \cdot 6|a| = -54|a|$.

4.4. Көнүгүүлөр үчүн тапшырма

59. Туянтманын маанисин эсептегиле.

а) $\sqrt{0,36 \cdot 81}$; б) $\sqrt{25 \cdot 121}$; в) $\sqrt{64 \cdot 9 \cdot 196}$;

г) $\sqrt{0,81 \cdot 100 \cdot 49}$; д) $\sqrt{0,16 \cdot 9 \cdot 0,04}$; е) $\sqrt{72 \cdot 18}$;

ж) $\sqrt{90 \cdot 4,9}$; з) $\sqrt{19,6 \cdot 0,4}$; и) $\sqrt{48 \cdot 0,27}$;

к) $\sqrt{1,22^2 - 0,22^2}$

Чыгаруу: а) $\sqrt{0,36 \cdot 81} = 0,6 \cdot 9 = 5,4$;

б) $\sqrt{25 \cdot 121} = 5 \cdot 11 = 55$;

в) $\sqrt{64 \cdot 9 \cdot 196} = 8 \cdot 3 \cdot 14 = 336$;

г) $\sqrt{0,81 \cdot 100 \cdot 49} = 0,9 \cdot 10 \cdot 7 = 63$;

д) $\sqrt{0,16 \cdot 9 \cdot 0,04} = 0,4 \cdot 3 \cdot 0,2 = 0,24$;

е) $\sqrt{72 \cdot 18} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 18} = \sqrt{36 \cdot 36} = 6 \cdot 6 = 36$;

ж) $\sqrt{90 \cdot 4,9} = \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 4,9} = \sqrt{9 \cdot 49} = 3 \cdot 7 = 21$;

$$\begin{aligned} \text{з)} \quad & \sqrt{19,6 \cdot 0,4} = \sqrt{196 \cdot 0,1 \cdot 0,4} = \sqrt{196 \cdot 0,04} = 14 \cdot 0,2 = \\ & 2,8; \text{ и)} \quad \sqrt{48 \cdot 0,27} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot 0,27} = \sqrt{16 \cdot 0,81} = 4 \cdot 0,9 = 3,6; \\ \text{к)} \quad & \sqrt{1,22^2 - 0,22^2} = \sqrt{(1,22 - 0,22)(1,22 + 0,22)} = \\ & = \sqrt{1 \cdot 1,44} = 1,2 \end{aligned}$$

60. Тамырдын маанисин эсептегиле.

$$\text{а)} \sqrt{\frac{25}{81}}; \text{ б)} \sqrt{\frac{49}{16}}; \text{ в)} \sqrt{1\frac{11}{25}}; \text{ г)} \sqrt{3\frac{6}{25}}; \text{ д)} \sqrt{2\frac{7}{9} \cdot 3\frac{1}{16}}; \text{ е)} \sqrt{1\frac{15}{49} \cdot 2\frac{7}{9}}$$

$$\text{Чыгаруу: а)} \sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}; \text{ б)} \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4};$$

$$\text{в)} \sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}; \text{ г)} \sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5};$$

$$\text{д)} \sqrt{2\frac{7}{9} \cdot 3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 49}{9 \cdot 16}} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{35}{12};$$

$$\text{е)} \sqrt{1\frac{15}{49} \cdot 2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 25}{49 \cdot 9}} = \frac{8 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{40}{21}.$$

61. Гуюнтманы өзгөртүп түзгүлө.

$$\text{а)} \sqrt{0,64x^{12}}, \text{ мында } x \geq 0;$$

$$\text{б)} \sqrt{49y^{18}}, \text{ мында } y < 0;$$

$$\text{в)} 12\sqrt{25a^{20}}, \text{ мында } a \geq 0;$$

$$\text{г)} 0,5\sqrt{81c^{50}}, \text{ мында } c < 0.$$

$$\text{Чыгаруу: а)} \sqrt{0,64x^{12}} = 0,8x^6; \text{ б)} \sqrt{49y^{18}} = 7|y^9|;$$

$$\text{в)} 12\sqrt{25a^{20}} = 12 \cdot 5a^{10}; \text{ г)} 0,5\sqrt{81c^{50}} = 0,5 \cdot 9|c^{25}|.$$

62. Тамырдын маанисин тапкыла.

$$\text{а)} \sqrt{3^4}; \text{ б)} \sqrt{2^8}; \text{ в)} \sqrt{(-5)^4}; \text{ г)} \sqrt{2^4 \cdot 3^6}; \text{ д)} \sqrt{5^2 \cdot 3^4};$$

$$\text{е)} \sqrt{3^2 \cdot 5^6}.$$

$$\text{Чыгаруу: а)} \sqrt{3^4} = 3^2 = 9; \text{ б)} \sqrt{2^8} = 2^4 = 16;$$

$$\text{в)} \sqrt{(-5)^4} = |(-5)^2| = 25;$$

$$\text{г)} \sqrt{2^4 \cdot 3^6} = 2^2 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108;$$

$$д) \sqrt{5^2 \cdot 3^4} = 5 \cdot 9 = 45;$$

$$е) \sqrt{3^2 \cdot 5^6} = 3 \cdot 5^3 = 3 \cdot 125 = 375.$$

4.5. Квадраттык тамырларды камтыган туюнтмаларды өзгөртүп түзүү

Квадраттык тамырларды камтыган туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө көбөйтүндүдөн, бөлчөктөн, даражадан тамыр чыгаруу касиеттерин, көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин астына киргизүү, көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин астынан чыгаруу эрежелерин колдонобуз.

1-мисал. $5\sqrt{3a} - 2\sqrt{12a} + 7\sqrt{48a}$ туюнтмасын жөнөкөйлөткүлө.

Чыгаруу: Бул туюнтманы жөнөкөйлөтүүдө $\sqrt{12a}$ ны $\sqrt{4 \cdot 3a}$ түрүндө, $\sqrt{48a}$ ны $\sqrt{16 \cdot 3a}$ түрүндө өзгөртүп түзөбүз, көбөйтүүчүлөрдөн тамыр чыгарабыз, окшош мүчөлөрдү топтойбуз.

$$\begin{aligned} 5\sqrt{3a} - 2\sqrt{4 \cdot 3a} + 7\sqrt{16 \cdot 3a} &= 5\sqrt{3a} - 2 \cdot 2\sqrt{3a} + 7 \cdot 4\sqrt{3a} = \\ &= 5\sqrt{3a} - 4\sqrt{3a} + 28\sqrt{3a} = 29\sqrt{3a}. \end{aligned}$$

2-мисал. $(3\sqrt{2} - 4\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ туюнтмасын өзгөртүп түзгүлө.

Чыгаруу:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2} - 4\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) &= 3\sqrt{2}\sqrt{3} + 6(\sqrt{2})^2 - 4(\sqrt{3})^2 - \\ &- 8\sqrt{3}\sqrt{2} = 3\sqrt{6} + 6 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - 8\sqrt{6} = -5\sqrt{6}. \end{aligned}$$

3-мисал. $\frac{a^2-5}{a+\sqrt{5}}$ бөлчөгүн кыскарткыла.

$$\text{Чыгаруу: } \frac{a^2-5}{a+\sqrt{5}} = \frac{(a-\sqrt{5})(a+\sqrt{5})}{a+\sqrt{5}} = a - \sqrt{5}.$$

4-мисал. $\frac{x}{\sqrt{7}}$ бөлчөгүнүн бөлүмүн иррационалдыктан чыгаргыла.

Чыгаруу: Бул бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдыктан чыгаруу үчүн анын алымын да, болүмүн да $\sqrt{7}$ санына көбөйтөбүз.

$$\frac{x\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{x\sqrt{7}}{7}.$$

5-мисал. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

а) $3\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + 4\sqrt{a}$; б) $\sqrt{16a} + \sqrt{9a} - \sqrt{4a}$;

в) $\sqrt{32a} - \sqrt{16} + \sqrt{8a}$; г) $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)$;

д) $(\sqrt{a} + 5)^2$; е) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2$.

Чыгаруу: а) $3\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + 4\sqrt{a} = 7\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$;

б) $\sqrt{16a} + \sqrt{9a} - \sqrt{4a} = 4\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} = 5\sqrt{a}$;

в) $\sqrt{32a} - \sqrt{16} + \sqrt{8a} = \sqrt{16 \cdot 2a} - 4 + \sqrt{4 \cdot 2a} =$
 $= 4\sqrt{2a} - 4 + 2\sqrt{2a} = 6\sqrt{2a} - 4$;

г) $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) = (\sqrt{x})^2 - 3^2 = x - 9$;

д) $(\sqrt{a} + 5)^2 = (\sqrt{a})^2 + 2 \cdot \sqrt{a} \cdot 5 + 5^2 = a + 10\sqrt{a} + 25$;

е) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2 \cdot \sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 =$
 $= m - 2 \cdot \sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n$.

6-мисал. Амалдарды аткаргыла.

а) $\sqrt{5}(\sqrt{20} - 2\sqrt{5})$; б) $(2 + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$;

в) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{84}$; г) $(\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2$.

Чыгаруу:

а) $\sqrt{5}(\sqrt{20} - 2\sqrt{5}) = \sqrt{5}(2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) = 0$;

б) $(2 + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) = 2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 =$
 $= 2 + 3\sqrt{3} + 3 = 5 + 3\sqrt{3}$;

в) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{84} = (\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - \sqrt{4 \cdot 21} =$
 $= 7 + 2\sqrt{21} + 3 - 2\sqrt{21} = 10$;

г) $(\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 = 6 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \cdot$

$\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + 6 - 2\sqrt{5} = 12 - 2\sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 12 -$

$-2\sqrt{36 - 20} = 12 - 2 \cdot 4 = 4$.

7-мисал. Бөлчөктүн бөлүмүн иррационалдыктан чыгаргыла.

а) $\frac{x}{3\sqrt{x}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$; в) $\frac{5-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-5}$; г) $\frac{7}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$.

Чыгаруу: а) $\frac{x}{3\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{3\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{3x}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{a-b}} = \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b}} = \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{(a-b)^2}} = \frac{\sqrt{a-b}}{a-b}$;

в) $\frac{5-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-5} = \frac{(5-\sqrt{x})(x\sqrt{x}+5)}{(x\sqrt{x}-5)(x\sqrt{x}+5)} = \frac{(5-\sqrt{x})(x\sqrt{x}+5)}{(x\sqrt{x})^2-5^2} = \frac{(5-\sqrt{x})(x\sqrt{x}+5)}{x^3-25}$;

г) $\frac{7}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{7(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{7(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{7(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{7(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}$.

8-мисал. Көбөйтүүнү аткаргыла.

а) $(3\sqrt{5} + 2)(3\sqrt{5} - 2)$; б) $(1 - 2\sqrt{7})^2$;

в) $2\sqrt{14} + (\sqrt{2} - \sqrt{7})^2$; г) $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$.

Чыгаруу:

а) $(3\sqrt{5} + 2)(3\sqrt{5} - 2) = (3\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4 = 9 \cdot 5 - 4 = 41$;

б) $(1 - 2\sqrt{7})^2 = 1 - 2 \cdot 2\sqrt{7} + (2\sqrt{7})^2 = 1 - 4\sqrt{7} + 4 \cdot 7 = 29 - 4\sqrt{7}$;

в) $2\sqrt{14} + (\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 = 2\sqrt{14} + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 = 2\sqrt{14} + 2 - 2\sqrt{14} + 7 = 9$;

г) $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 = 25 \cdot 2 - 20\sqrt{2}\sqrt{3} - 4 \cdot 3 = 38 - 20\sqrt{6}$.

4.5. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

63. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

а) $3\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - \sqrt{a}$; б) $\sqrt{12x} + \sqrt{16} + \sqrt{27x}$;

в) $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})$; г) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$.

Чыгаруу: а) $3\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - \sqrt{a} = 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$;

б) $\sqrt{12x} + \sqrt{16} + \sqrt{27x} = \sqrt{4 \cdot 3x} + 4 + \sqrt{9 \cdot 3x} = 2\sqrt{3x} + 4 + 3\sqrt{3x} = 4 + 5\sqrt{3x}$;

в) $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - (\sqrt{b})^2 = a^2 - b$;

г) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + y$.

64. Бөлчөктөрдү иррационалдыктан чыгаргыла.

а) $\frac{2y}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{5}{\sqrt{x-y}}$.

Чыгаруу: а) $\frac{2y}{\sqrt{3}} = \frac{2y\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}y}{3}$;

б) $\frac{5}{\sqrt{x-y}} = \frac{5\sqrt{x-y}}{\sqrt{x-y}\sqrt{x-y}} = \frac{5\sqrt{x-y}}{(\sqrt{x-y})^2} = \frac{5\sqrt{x-y}}{x-y}$.

65. Амалдарды аткаргыла.

а) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3})\sqrt{5} + \sqrt{135}$; б) $\sqrt{5}(2\sqrt{3} - 3\sqrt{12})$;

в) $(\sqrt{3} - \sqrt{8})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$; г) $(2 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})$.

Чыгаруу:

а) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3})\sqrt{5} + \sqrt{135} = 2\sqrt{5}\sqrt{5} - 3\sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{9 \cdot 15} =$
 $= 2 \cdot 5 - 3\sqrt{15} + 3\sqrt{15} = 10$;

б) $\sqrt{5}(2\sqrt{3} - 3\sqrt{12}) = 2\sqrt{3}\sqrt{5} - 3\sqrt{4 \cdot 3}\sqrt{5} =$
 $= 2\sqrt{15} - 6\sqrt{15} = -4\sqrt{15}$;

в) $(\sqrt{3} - \sqrt{8})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) = (\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) =$
 $= (\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2 = 3 - 8 = -5$;

г) $(2 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) = 6 + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - (\sqrt{7})^2 = -1 - \sqrt{7}$.

66. Туянтмаларды жөнөкөйлөткүлө.

а) $(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)$; б) $(5 - \sqrt{x})^2$;

в) $(\sqrt{c} + \sqrt{b})(\sqrt{c} - \sqrt{b})$; г) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$.

Чыгаруу: а) $(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2) = (\sqrt{a})^2 - 2^2 = a - 4$;

б) $(5 - \sqrt{x})^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 25 - 10\sqrt{x} + x$;

в) $(\sqrt{c} + \sqrt{b})(\sqrt{c} - \sqrt{b}) = (\sqrt{c})^2 - (\sqrt{b})^2 = c - b$;

г) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + y$.

67. Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

а) $\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1}$; в) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; г) $\frac{3\sqrt{x}-5\sqrt{y}}{9x-25y}$.

Чыгаруу: а) $\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} = \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x-\sqrt{2}} = x + \sqrt{2};$

б) $\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1} = \frac{\sqrt{8}(1-\sqrt{8})}{-(1-\sqrt{8})} = -\sqrt{8};$

в) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{x} + \sqrt{y};$

г) $\frac{3\sqrt{x}-5\sqrt{y}}{9x-25y} = \frac{3\sqrt{x}-5\sqrt{y}}{(3\sqrt{x})^2-(5\sqrt{y})^2} = \frac{3\sqrt{x}-5\sqrt{y}}{(3\sqrt{x}-5\sqrt{y})(3\sqrt{x}+5\sqrt{y})} = \frac{1}{3\sqrt{x}+5\sqrt{y}}.$

V глава
Квадраттык теңдемелер

5.1. Квадраттык теңдеменин аныктамасы

Аныктама.

$ax^2 + bx + c = 0$ түрүндөгү теңдеме квадраттык теңдеме деп аталат. Мында x -өзгөрмө, a , b жана c кандайдыр сандар, ал эми $a \neq 0$.

Мисалы. $5x^2 - 2x + 8 = 0$;

$ax^2 + bx + c = 0$ квадраттык теңдемесинде кээде $c=0$ болушу мүмкүн, анда квадраттык теңдеме $ax^2 + bx = 0$ түрүндө болот.

Эгерде $b = 0$ болсо, $ax^2 + c = 0$ түрүндө болот.

Эгерде $b = 0$, $c = 0$ болсо, анда $ax^2 = 0$ түрүндө болот.

$ax^2 + bx = 0$; $ax^2 + c = 0$; $ax^2 = 0$ теңдемелери толук эмес квадраттык теңдемелер деп аталат.

Толук эмес квадраттык теңдемелердин чыгарылыштарын карап көрөлү.

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$x(ax + b) = 0,$$

$$x = 0.$$

$$ax + b = 0,$$

$$ax = -b,$$

$x = -\frac{b}{a}$ Демек бул теңдеме $x=0$ жана $x = -\frac{b}{a}$ болгон эки тамырга ээ болот.

$$ax^2 + c = 0,$$

$$ax^2 = -c,$$

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$, $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ Эгер $-\frac{c}{a}$ терс сан болсо, теңдеме чыгарылышка ээ болбойт.

$ax^2 = 0$ теңдеменин чыгарылышы 0 болот, же $x=0$.

1-мисал. $2x^2 - 11x = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $x(2x - 11) = 0$,

$$\begin{aligned}
 x &= 0. \\
 2x - 11 &= 0, \\
 2x &= 11, \\
 x &= \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Жообу: } x_1 = 0; x_2 = 5\frac{1}{2}.$$

2-мисал. $2x^2 - 18 = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $2(x^2 - 9) = 0,$

$$x^2 - 9 = 0,$$

$$x^2 = 9,$$

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{9}.$$

$$\text{Жообу: } x_1 = 3; x_2 = -3.$$

3-мисал. $5x^2 = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

5.2. Квадраттык теңдемелердин тамырларынын формуласы

Квадраттык теңдемелерге келтирип чыгарылуучу теңдемелер. $ax^2 + bx + c = 0$ Квадраттык теңдемесинин тамырларынын формуласы $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$, мында D – дискриминант деп агалат.

Эгерде $D > 0$ б. а. $b^2 - 4ac > 0$ болсо, анда квадраттык теңдеме эки тамырга ээ болот.

Эгерде $D = 0$ болсо, квадраттык теңдеме жалгыз $x = -\frac{b}{2a}$ тамырга ээ болот.

Эгерде $D < 0$ болсо, анда $\frac{D}{4a^2} < 0$ болот. Ошондуктан квадраттык теңдеме тамырга ээ болбойт.

1-мисал. $2x^2 + 5x - 3 = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: Бул квадраттык теңдемелердин дискриминантын табабыз. $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$. Квадраттык теңдемелердин тамырларын табуу формуласын колдонобуз.

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

Жообу: $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -3$.

2-мисал. $3x^2 - 7x + 2 = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: Дискриминантты табабыз.

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25$$

Формула боюнча тамырларды табабыз.

$$x_{1/2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 5}{6}$$

$$x_1 = \frac{7 + 5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{7 - 5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Жообу: $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

3-мисал. $x^2 + 2x + 1 = 0$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: Дискриминантты табабыз.

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \text{ демек теңдеме}$$

$x = -\frac{b}{2a}$ жалгыз тамырга ээ болот.

$$x = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$$

Жообу: $x = -1$.

4-мисал. $5x^2 - 2x + 1 = 0$ квадраттык теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: Дискриминантты табабыз.

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 4 - 20 = -16$ Демек $D = -16 < 0$ дискриминанты терс сан.

Жообу: тамырлары жок.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ түрүндөгү теңдеме биквадраттык теңдеме деп аталат.

Бул теңдемени $x^2 = y$ жаңы өзгөрмөсүн киргизүү менен квадраттык теңдемеге келтирип, андан соң чыгарабыз.

5-мисал. $2x^4 - 25x^2 - 112 = 0$ биквадраттык теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $x^2 = y$ деп белгилеп, жаңы өзгөрмөнү киргизебиз. Анда y өзгөрмөлүү $2y^2 - 25y - 112 = 0$ квадраттык теңдемесин алабыз.

$$D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-112) = 625 + 896 = 1521$$

$$y_{1/2} = \frac{25 \pm \sqrt{1521}}{2 \cdot 2} = \frac{25 \pm 39}{4}$$

$$y_1 = \frac{25 + 39}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

$$y_2 = \frac{25 - 39}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$$

$x^2 = y$ боюнча $x^2 = 16$ мындан $x_1 = 4$; $x_2 = -4$

$x^2 = -\frac{7}{2}$ бул теңдеме чечимге ээ эмес.

Жообу: $x_1 = 4$; $x_2 = -4$.

Сол жана оң жактары рационалдык туянтмалар болгон теңдемелер рационалдык теңдемелер деп аталат.

Рационалдык теңдемелер квадраттык теңдемелерге келтирилип, андан соң чыгарылат.

6-мисал. $\frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{5x+3}{x^2-1}$ болчөктүү рационалдык теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $\frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{5x+3}{x^2-1}$ теңдеменин эки жагын тең анын жалпы орток бөлүмү $x^2 - 1$ ге көбөйтөбүз. Төмөнкүдөй бүтүн теңдемени алабыз.

$$2x^2 = 5x + 3$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -1/2$$

Жообу: $x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{1}{2}$.

7-мисал. $\frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$ рационалдык теңдемесин чыгаргыла.

Чыгаруу: $\frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$ теңдемесиндеги болчөктөрдүн жалпы бөлүмү $(y+3)(y-3)$ кө теңдеменин эки жагын тең көбөйтөбүз.

$$(2y-2)(y-3) + (y+3)(y+3) = 5(y+3)(y-3)$$

$2y^2 - 6y - 2y + 6 + y^2 + 3y + 3y + 9 = 5y^2 - 45$ окшош мүчөлөрдү топтоп, $y^2 + y - 30 = 0$ квадраттык теңдемесин алабыз.

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 1 + 120 = 121$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 11}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-1 - 11}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Жообу: $x_1 = 5$; $x_2 = -6$.

5.3. Виеттин теоремасы

$x^2 + px + q = 0$ түрүндөгү теңдеме, келтирилген квадраттык теңдеме деп аталат. Бул теңдемеде x^2 тын коэффициенти 1ге барабар.

Виеттин теоремасы: $x^2 + px + q = 0$ келтирилген квадраттык теңдеменин тамырларынын суммасы карама-каршы белги менен алынган экинчи коэффициентке, ал эми тамырларынын көбөйтүндүсү бош мүчөгө барабар.

$$\begin{aligned} \text{б. а. } x_1 + x_2 &= -p, \\ x_1 \cdot x_2 &= q. \end{aligned}$$

1-мисал. Тамырлары $x_1 = 1$; $x_2 = 3$ болгон келтирилген квадраттык теңдемени ташкыла.

$$\begin{aligned} \text{Чыгаруу: } 1 + 3 &= -p, & -p &= 4, & p &= -4, \\ 1 \cdot 3 &= q, & q &= 3. \end{aligned}$$

Демек $x^2 - 4x + 3 = 0$ теңдемеси болот.

2-мисал. $x^2 - x - 6 = 0$ теңдемесинин тамырларынын белгисин аныктагыла.

Чыгаруу: $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0$ демек теңдеме эки тамырга ээ. Виеттин теоремасынын негизинде $x_1 \cdot x_2 = -6 < 0$ болгондуктан тамырларынын белгиси ар түрдүү.

3-мисал. $x^2 + 6x + 8 = 0$ теңдемени чыгарбай туруп, тамырларынын белгилерин аныктагыла.

Чыгаруу: $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 > 0$ Виеттин теоремасын пайдаланабыз. $x_1 + x_2 = -6$ жана $x_1 \cdot x_2 = 8$ болгондуктан $x_1 < 0$, $x_2 < 0$ болот.

5.1. –5.3. Көңүгүүлөр үчүн тапшырмалар

68. Толук эмес квадраттык теңдемелерди чыгаргыла.

а) $x^2 - 64 = 0$; б) $5x^2 - 20x = 0$;

в) $9x^2 - 81 = 0$; г) $70x^2 = 0$.

Чыгаруу:

а) $x^2 - 64 = 0$;

$$x^2 = 64,$$

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{64},$$

Жообу: $x_1 = 8$; $x_2 = -8$.

б) $5x^2 - 20x = 0$;

$$5x(x - 4) = 0,$$

$$x = 0,$$

$$x - 4 = 0,$$

$$x = 4.$$

Жообу: $x_1 = 0$; $x_2 = -4$.

в) $9x^2 - 81 = 0$;

$$9x^2 = 81,$$

$$x^2 = 9,$$

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{9}.$$

Жообу: $x_1 = 9$; $x_2 = -9$.

г) $70x^2 = 0$,

$$x = 0.$$

Жообу: $x = 0$.

69. Квадраттык теңдемелерди чыгаргыла.

а) $x^2 - 2x - 15 = 0$; б) $2y^2 - 9y + 10 = 0$;

в) $3t^2 - 3t + 1 = 0$; г) $5x^2 = 9x + 2$;

д) $15y^2 - 30 = 22y + 7$; е) $x - 5 = x^2 - 25$.

Чыгаруу: а) $x^2 - 2x - 15 = 0$,

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64,$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2},$$

$$x_1 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3.$$

Жообу: $x_1 = 5$; $x_2 = -3$.

$$\text{б) } 2y^2 - 9y + 10 = 0, \quad D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 81 - 80 = 1,$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4},$$

$$y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2,5,$$

$$y_2 = \frac{9-1}{4} = \frac{8}{4} = 2,$$

Жообу: $y_1 = 2,5$; $y_2 = 2$.

$$\text{в) } 3t^2 - 3t + 1 = 0, \quad D = (-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 9 - 12 = -3,$$

$D < 0$ болгондуктан теңдеме тамырга ээ болбойт.

$$\text{г) } 5x^2 = 9x + 2,$$

$$5x^2 - 9x - 2 = 0,$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121$$

$$x_{1/2} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{9 \pm 11}{10},$$

$$x_1 = \frac{9+11}{10} = \frac{20}{10} = 2,$$

$$x_2 = \frac{9-11}{10} = \frac{-2}{10} = -1/5,$$

Жообу: $x_1 = 2$; $x_2 = -1/5$.

$$\text{д) } 15y^2 - 30 = 22y + 7,$$

$$15y^2 - 22y - 37 = 0,$$

$$D = (-22)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-37) = 484 + 2220 = 2704,$$

$$y_{1/2} = \frac{22 \pm \sqrt{2704}}{2 \cdot 15} = \frac{22 \pm 52}{30},$$

$$y_1 = \frac{22+52}{30} = \frac{74}{30} = 2 \frac{7}{15},$$

$$y_2 = \frac{22-52}{30} = \frac{-30}{30} = -1,$$

Жообу: $y_1 = 2 \frac{7}{15}$; $y_2 = -1$.

$$e) x - 5 = x^2 - 25,$$

$$x^2 - x - 20 = 0, \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81,$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 9}{2},$$

$$x_1 = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{1-9}{2} = \frac{-8}{2} = -4,$$

Жообу: $x_1 = 5$; $x_2 = -4$.

70. Биквадраттык теңдемелерди чыгаргыла.

$$a) x^4 - 13x^2 + 36 = 0; \quad б) x^4 - 5x^2 + 4 = 0;$$

$$в) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0; \quad г) 5x^4 - 9x^2 - 2 = 0.$$

Чыгаруу:

$$a) x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad x^2 = y \text{ деп алабыз.}$$

$$y^2 - 13y + 36 = 0, \quad D = 169 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25,$$

$$y_{1/2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm 5}{2},$$

$$y_1 = \frac{13+5}{2} = \frac{18}{2} = 9,$$

$$y_2 = \frac{13-5}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

$$x^2 = 9,$$

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{9},$$

$$x_1 = 3,$$

$$x_2 = -3.$$

$$x^2 = 4,$$

$$x_{3/4} = \pm\sqrt{4},$$

$$x_3 = 2,$$

$$x_4 = -2.$$

Жообу: $x_1 = 3$; $x_2 = -3$; $x_3 = 2$; $x_4 = -2$.

$$б) x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad x^2 = y \text{ деп алабыз.}$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0, \quad D = 25 - 4 \cdot 4 = 25 - 16 = 9,$$

$$y_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2},$$

$$y_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4,$$

$$y_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

$$\begin{aligned}x^2 &= 4, \\x_{1/2} &= \pm\sqrt{4}, \\x_1 &= 2, \\x_2 &= -2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 &= 1, \\x_{3/4} &= \pm\sqrt{1}, \\x_3 &= 1, \\x_4 &= -1.\end{aligned}$$

Жообу: $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$; $x_4 = -1$.

в) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$ $x^2 = y$ деп алабыз.

$$4y^2 + 3y - 1 = 0, \quad D = 9 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25,$$

$$y_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 \pm 5}{8},$$

$$y_1 = \frac{-3+5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4},$$

$$y_2 = \frac{-3-5}{8} = \frac{-8}{8} = -1.$$

$$x^2 = \frac{1}{4},$$

$$x^2 = -1 \text{ бул}$$

теңдемнин чыгарылышы жок.

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}},$$

$$x_1 = \frac{1}{2},$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}.$$

Жообу: $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -\frac{1}{2}$.

г) $5x^4 - 9x^2 - 2 = 0$ $x^2 = y$ деп алабыз.

$$5y^2 - 9y - 2 = 0, \quad D = 81 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121,$$

$$y_{1/2} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{9 \pm 11}{10},$$

$$y_1 = \frac{9+11}{10} = \frac{20}{10} = 2,$$

$$y_2 = \frac{9-11}{10} = \frac{-2}{10} = -1/5.$$

$$x^2 = 2,$$

$x^2 = -1/5$ бул теңдемнин чыгарылышы жок.

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{2},$$

$$x_1 = \sqrt{2},$$

$$x_2 = -\sqrt{2}.$$

Жообу: $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$.

71. Рационалдык теңдемелерди чыгаргыла.

а) $\frac{9}{x-2} + \frac{20}{x} = 7$; б) $\frac{2x-3}{x-4} = \frac{3x-1}{x-3}$;
 в) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{50}{7}$; г) $\frac{x^2}{x-2} + \frac{5x}{2-x} = \frac{24}{x-2}$.

Чыгаруу: а) $\frac{9}{x-2} + \frac{20}{x} = 7$ теңдемесиндеги бөлчөктөрдүн

жалпы бөлүмү $x(x-2)$ ге теңдеменин эки жагын тең көбөйтөбүз.

$$\frac{9x(x-2)}{x-2} + \frac{20x(x-2)}{x} = 7x(x-2),$$

$$9x + 20(x-2) = 7x(x-2),$$

$$9x + 20x - 40 = 7x^2 - 14x,$$

$$7x^2 - 14x - 29x + 40 = 0,$$

$$7x^2 - 43x + 40 = 0,$$

$$D = (-43)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 40 = 1849 - 1120 = 729,$$

$$x_{1/2} = \frac{43 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 7} = \frac{43 \pm 27}{14},$$

$$x_1 = \frac{43+27}{14} = \frac{70}{14} = 5,$$

$$x_2 = \frac{43-27}{14} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}.$$

Жообу: $x_1 = 5$; $x_2 = 1\frac{1}{7}$.

б) $\frac{2x-3}{x-4} = \frac{3x-1}{x-3}$ Бул теңдеменин эки жагын тең бөлчөктүн

жалпы бөлүмү $(x-4)(x-3)$ кө көбөйтөбүз.

$$(2x-3)(x-3) - (3x-1)(x-4) = 0$$

$$2x^2 - 6x - 3x + 9 - 3x^2 + 12x - x - 4 = 0$$

Окшош мүчөлөрдү жыйнап төмөнкүдөй теңдемеге ээ болобуз.

$$x^2 - 4x - 5 = 0, \quad D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36,$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2},$$

$$x_1 = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Жообу: $x_1 = 5$; $x_2 = -1$.

в) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{50}{7}$ теңдеменин эки жагын тең жалпы бөлүм

$7(x^2 - 9)$ га көбөйтөбүз.

$$7(x+3)^2 + 7(x-3)^2 = 50(x^2 - 9)$$

$$7(x^2 + 6 + 9) + 7(x^2 - 6x + 9) = 50x^2 - 450$$

Кашааларды ачып, окшош мүчөлөрдү жыйнап төмөнкү теңдемени алабыз.

$$36x^2 - 576 = 0,$$

$$36x^2 = 576,$$

$$x^2 = 16,$$

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{16},$$

$$x_1 = 4,$$

$$x_2 = -4.$$

Жообу: $x_1 = 4$; $x_2 = -4$.

г) $\frac{x^2}{x-2} + \frac{5x}{2-x} = \frac{24}{x-2}$ бул теңдеменин эки бөлүгүн тең $x-2$ ге көбөйтөбүз

$$x^2 - 5x = 24,$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0, \quad D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121,$$

$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2},$$

$$x_1 = \frac{5+11}{2} = \frac{16}{2} = 8,$$

$$x_2 = \frac{5-11}{2} = \frac{-6}{2} = -3.$$

Жообу: $x_1 = 8$; $x_2 = -3$.

72. Теңдемелерден $x_1 + x_2$ жана $x_1 \cdot x_2$ ни тапкыла.

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 + x = 12$;

в) $2x^2 - 5x - 72 = 0$; г) $x^2 - 3x = 0$.

Чыгаруу: Виеттин теоремасын пайдаланабыз.

а) Жообу: $x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 6$;

б) Жообу: $x_1 + x_2 = -1$; $x_1 \cdot x_2 = -12$;

в) Жообу: $x_1 + x_2 = 2\frac{1}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = -3\frac{3}{5}$;

г) Жообу: $x_1 + x_2 = 3$; $x_1 \cdot x_2 = 0$.

5.4. Квадраттык үч мүчө.

Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу

Квадраттык үч мүчө деп, $ax^2 + bx + c$ түрүндөгү туюнтма аталат. Мында $a \neq 0$.

Теорема: Эгерде x_1 жана x_2 сандары $ax^2 + bx + c = 0$ теңдемесинин тамырлары болсо, анда x тин бардык маанилери үчүн $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ барабардыгы аткарылат.

1-мисал. $5x^2 - 16x + 3 = 0$ үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

Чыгаруу: $5x^2 - 16x + 3 = 0$ теңдемесинин тамырлары $x_1 = 3$ жана $x_2 = \frac{1}{5}$ болот. Теореманын негизинде үч мүчө төмөнкүдөй көбөйтүүчүлөргө ажырайт.

$$5x^2 - 16x + 3 = 5(x - 3)\left(x - \frac{1}{5}\right)$$

2-мисал. Эгерде $x_1 = \frac{2}{7}$ жана $x_2 = -1$ болсо $7x^2 + 5x - 2$ үч мүчөсүн көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

Чыгаруу: Теорема боюнча

$$7x^2 + 5x - 2 = 7\left(x - \frac{2}{7}\right)(x + 1) = (7x - 2)(x + 1)$$

3-мисал. $\frac{3x^2 - 5x + 2}{5x^2 - 3x - 2}$ бөлчөгүн кыскарткыла.

Чыгаруу: $3x^2 - 5x + 2 = 0$ теңдемесинин тамырлары $x_1 = 1$ жана $x_2 = \frac{2}{3}$ болот.

$5x^2 - 3x - 2 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 1$ жана $x_2 = -\frac{2}{5}$ болот.

Теореманын негизинде бөлчөктүн алымы жана бөлүмү төмөнкүдөй көбөйтүүчүлөргө ажырайт.

$$\frac{3x^2 - 5x + 2}{5x^2 - 3x - 2} = \frac{3(x-1)\left(x - \frac{2}{3}\right)}{5(x-1)\left(x + \frac{2}{5}\right)} = \frac{3x-2}{5x+2}$$

5.4. Көңүгүүлөр үчүн тапшырма

73. Квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

- а) $6x^2 - x - 22$; б) $3x^2 + 2x - 5$;
в) $x^2 - 9x + 14$; г) $0,5x^2 - 1,5x - 2$.

Чыгаруу: а) $6x^2 - x - 22 = 0$ теңдемесинин тамырлары $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{11}{6}$ болот. Анда теорема боюнча

$$6x^2 - x - 22 = 6\left(x + \frac{11}{6}\right)(x - 2) = (6x + 11)(x - 2)$$

болот.

б) $3x^2 + 2x - 5 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$ болот. Анда

$$3x^2 + 2x - 5 = 3\left(x + \frac{5}{3}\right)(x - 1) = (3x + 5)(x - 1);$$

в) $x^2 - 9x + 14 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 7$ жана $x_2 = 2$ болот. Анда

$$x^2 - 9x + 14 = (x - 7)(x - 2) \text{ болот.}$$

г) $0,5x^2 - 1,5x - 2 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 4$ жана $x_2 = -1$ болот. Анда

$$0,5x^2 - 1,5x - 2 = 0,5(x - 4)(x + 1) \text{ болот.}$$

74. Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

а) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 + 7x - 18};$ б) $\frac{5x^2 + x - 6}{2 - 5x + 3x^2};$

в) $\frac{x^2 - 4}{7x^2 - 4x - 20};$ г) $\frac{6x^2 - x - 5}{5x^2 - 45}.$

Чыгаруу: а) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 2$ жана $x_2 = \frac{1}{2}$ болот.

$x^2 + 7x - 18 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 2$ жана $x_2 = -9$ болот.

Бөлчөктүн алымын, бөлүмүн көбөйтүүчүлөргө ажыратып, андан соң кыскартабыз.

$$\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 + 7x - 18} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)}{(x + 9)(x - 2)} = \frac{2x - 1}{x + 9}$$

б) $5x^2 + x - 6 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 1, x_2 = -\frac{6}{5}$ болот.

$2 - 5x + 3x^2 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}$ болот.

$$\text{Демек } \frac{5x^2+x-6}{2-5x+3x^2} = \frac{5\left(x+\frac{6}{5}\right)(x-1)}{3\left(x-\frac{2}{3}\right)(x-1)} = \frac{5x+6}{3x-2}$$

в) $7x^2 - 4x - 20 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -\frac{10}{7} \text{ болот.}$$

$$\frac{x^2-4}{7x^2-4x-20} = \frac{(x-2)(x-2)}{7\left(x+\frac{10}{7}\right)(x-2)} = \frac{x-2}{7x+10}$$

г) $6x^2 - x - 5 = 0$ теңдемесинин тамырлары

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -\frac{17}{6} \text{ болот.}$$

$$\text{Демек } \frac{6x^2-x-5}{5x^2-45} = \frac{6\left(x+\frac{17}{6}\right)(x-3)}{5(x^2-9)} = \frac{6\left(x+\frac{17}{6}\right)(x-3)}{5(x-3)(x+3)} = \frac{6x+17}{5x-15}$$

VI глава

Квадраттык, жөнөкөй рационалдык теңдемелердин жардамы менен маселелерди чыгаруу

1-маселе. Эки сан берилди. Алардын көбөйтүндүсү 88ге барабар. Эгерде ал сандардын бири экинчисинен 3кө кичине болсо, ал сандарды тапкыла.

Чыгаруу: Берилген сандардын чоңу x болсун дейли, анда экинчи сан $x - 3$ болот. Маселенин шарты боюнча алардын көбөйтүндүсү 88ге барабар.

$$x(x - 3) = 88 \text{ теңдемесин түзөбүз.}$$

$$x^2 - 3x - 88 = 0, \quad D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-88) = 361,$$

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{3 \pm 19}{2},$$

$$x_1 = \frac{3+19}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ анда экинчи сан } 11-3=8 \text{ болот}$$

$$\text{Жообу: } x_1 = 11; x_2 = 8.$$

2-маселе. Удаалаш эки так сандын көбөйтүндүсү 255ке барабар. Алар кайсы сандар?

Чыгаруу: Удаалаш так сандардын бири n болсун дейли, анда экинчи $n+2$ болот. Маселенин шарты боюнча $n(n+2)=255$ теңдемесин түзөбүз.

$$n^2 + 2n - 255 = 0 \quad \text{Бул теңдемени чыгарып}$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-255) = 1024,$$

$$n_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{1024}}{2} = \frac{-2 \pm 32}{2},$$

$$n_1 = \frac{-2+32}{2} = \frac{30}{2} = 15,$$

$$n_2 = \frac{-2-32}{2} = \frac{-34}{2} = -17. \text{ Демек биринчи сан } 15, \text{ анда экинчи}$$

$$\text{сан } 15+2=17.$$

$$\text{Жообу: } 15 \text{ жана } 17 \text{ сандары.}$$

3-маселе. Тик бурчтуктун аянты 150см^2 . Эгерде анын узуну туурасынан 5см ге чоң болсо, бул тик бурчтуктун жактарын тапкыла.

Чыгаруу: Тик бурчтуктун туурасы a см болсун дейли, анда анын узуну $a + 5$ см болот. Маселенин шарты боюнча төмөнкүдөй теңдеме түзөбүз.

$$\begin{aligned} a(a + 5) &= 150, \\ a^2 + 5a - 150 &= 0, \\ D &= 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-150) = 625, \\ a_{1/2} &= \frac{-5 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-5 \pm 25}{2}, \\ a_1 &= \frac{-5+25}{2} = \frac{20}{2} = 10. \text{ Демек } 10+5=15. \end{aligned}$$

Жообу; узуну 15 см, туурасы 10 см.

4-маселе. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты 24 см^2 , ал эми катеттеринин суммасы 14 см ге барабар. Анын катеттеринин узундуктарын тапкыла.

Чыгаруу: Катеттердин бирин x см деп алсак, анда экинчиси $14-x$ см болот. Маселенин шарты боюнча тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты 24 см^2 . Демек

$$\frac{x(14-x)}{2} = 24 \text{ теңдемесин түзүп алабыз.}$$

$$\begin{aligned} 14x - x^2 &= 48, \\ x^2 - 14x + 48 &= 0, \quad D = 196 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 196 - 192 = 4, \end{aligned}$$

$$x_{1/2} = \frac{14 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{14 \pm 2}{2},$$

$$x_1 = \frac{14+2}{2} = \frac{16}{2} = 8. \text{ Демек экинчи катет } 14-8=6 \text{ см болот.}$$

Жообу: 8 см жана 6 см.

5-маселе. Квадрат формасындагы картон барагынан жазылыгы 5 см болгон тилкени кесип алышты. Эгерде калган тилкенин аянты 150 см^2 болсо, квадраттын жагын тапкыла.

Чыгаруу: Квадраттын жагы a см болсун дейли. Квадраттан жазылыгы 5 см тилкени кесип алсак, жактары a см жана $a - 5$ см болгон тик бурчтук пайда болот. Маселенин шарты боюнча, анын аянты 150 см^2 . Демек төмөнкүдөй теңдеме түзүүгө болот.

$$\begin{aligned} a(a - 5) &= 150, \\ a^2 - 5a - 150 &= 0, \\ D &= 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-150) = 625, \end{aligned}$$

$$a_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{5 \pm 25}{2},$$

$$a_1 = \frac{5+25}{2} = \frac{30}{2} = 15, \quad a_2 = \frac{5-25}{2} = \frac{-20}{2} = -10.$$

Демек $a = 15$ см.

Жообу; 15 см.

6-маселе. Катер агымга каршы 66км жүрүп, кайра келди. Эгерде агым боюнча жүргөнгө караганда, агымга каршы жүргөнгө 2/3 саат көп убакыт сарптаса жана дарыянын агымынын ылдамдыгы 2 км/саат болсо, катердин акпаган суудагы ылдамдыгын тапкыла.

Чыгаруу: Катердин акпаган суудагы ылдамдыгын ϑ км/саат дейли. Анда $\vartheta - 2$ – агымга каршы ылдамдык, $\vartheta + 2$ – агым боюнча ылдамдык, $\frac{66}{\vartheta-2}$ – агымга каршы жүргөнгө сарптаган убакыт, $\frac{66}{\vartheta+2}$ – агым боюнча жүргөнгө сарптаган убакыт. Маселенин шарты боюнча

$$\frac{66}{\vartheta-2} - \frac{66}{\vartheta+2} = \frac{2}{3} \text{ теңдемесин түзөбүз.}$$

$$66 \cdot 3 \cdot (\vartheta + 2) - 66 \cdot 3 \cdot (\vartheta - 2) = 2(\vartheta^2 - 4),$$

$$198\vartheta + 396 - 198\vartheta + 396 = 2\vartheta^2 - 8,$$

$$-2\vartheta^2 = -8 - 792,$$

$$-2\vartheta^2 = -800,$$

$$\vartheta^2 = -800 : (-2),$$

$$\vartheta^2 = 400,$$

$$\vartheta^2 = \pm\sqrt{400}, \quad \vartheta = 20 \text{ км/саат.}$$

Жообу: 20 км/саат.

7-маселе. Квадраттарынын суммасы 365ке барабар болгон үч удаалаш натуралдык санды тапкыла.

Чыгаруу: Үч удаалаш натуралдык сандар n , $n+1$, $n+2$ болсун. Анда маселенин шарты боюнча

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 365 \text{ болот.}$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 365,$$

$$3n^2 + 6n - 360 = 0,$$

$$n^2 + 2n - 120 = 0,$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 484,$$

$$n_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{-2 \pm 22}{2},$$

$$n_1 = \frac{-2+22}{2} = \frac{20}{2} = 10. \text{ Демек } 10, 11, 12 \text{ сандары болот.}$$

Жообу: 10, 11, 12 сандары.

8-маселе. Эки автомашина бирге иштеп, жүктү 6 күндө ташып бүтөт. Эгер алардын бири өзүнчө жалгыз иштесе, бардык ишти экинчи жалгыз иштегенге караганда 5 күнгө эрте бүтмөк. Ар бир машина өз алдынча иштеп, жүктү канча күндө ташып бүтө алат?

Чыгаруу: I-автомашина өзү жалгыз жүктү x күндө ташып бүтсүн, анда экинчи машина $x+5$ күндө ташып бүтөт. Маселенин шарты боюнча эки машина 6 күндө ташып бүтөт.

Демек $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ теңдемесин алабыз.

$$6(x+5) + 6x = x(x+5),$$

$$6x + 30 + 6x = x^2 + 5x,$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0,$$

$$D = 49 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 169,$$

$$x_{1/2} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2},$$

$$x_1 = \frac{7+13}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ күн.}$$

Демек экинчи машина $10 + 5 = 15$.

Жообу: 10 күн, 15 күн.

VI главага. Көнүгүүлөр үчүн тапшырмалар

75. Эгер тик бурчтуктун туурасын 1 см ге чоңойтуп, узунун 2 эсе кичирейтсек, анда аянты тик бурчтуктун аянтынан 8 см^2 ка кичине болгон квадрат пайда болот. Квадраттын жагын тапкыла.

Чыгаруу: Квадраттын жагы x см болсун дейли.

Анда, тик бурчтуктун туурасы $x - 1$ см, тик бурчтуктун узуну $2x$ см болот.

Маселенин шарты боюнча

$$2x(x-1) = x^2 + 8,$$

$$2x^2 - 2x - x^2 - 8 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0,$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36,$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2},$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

Жообу: 4 см.

76. Тик бурчтуктун аянты 70 см^2 . Анын узуну туурасынан 3 см ге узун. Тик бурчтуктун жактарын тапкыла.

Чыгаруу: Тик бурчтуктун узуну x см болсун, анда туурасы $x-3$ см болот. Маселенин шарты боюнча

$$x(x-3) = 70,$$

$$x^2 - 3x - 70 = 0,$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 289,$$

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{3 \pm 17}{2},$$

$$x_1 = \frac{3+17}{2} = \frac{20}{2} = 10, \quad x_2 = \frac{3-17}{2} = \frac{-14}{2} = -7. \text{ Тик бурчтуктун}$$

$$\text{туурасы } 10-3=7 \text{ см.}$$

Жообу: 10 см, 7 см.

77. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты 90 см^2 , ал эми катеттеринин суммасы 27 см ге барабар. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин узундугун тапкыла.

Чыгаруу: Катеттердин бирин x см деп алсак, анда экинчиси $27-x$ см болот.

$$\frac{x(27-x)}{2} = 90,$$

$$27x - x^2 = 180.$$

$$x^2 - 27x + 180 = 0,$$

$$D = 729 - 4 \cdot 1 \cdot 180 = 729 - 720 = 9,$$

$$x_{1/2} = \frac{27 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{27 \pm 3}{2},$$

$$x_1 = \frac{27+3}{2} = \frac{30}{2} = 15, \quad 27-15=12 \text{ см.}$$

Жообу: 15 см, 12 см.

78. Берилген эки сандын көбөйтүндүсү 96га барабар. Эгерде ал сандардын бири экинчисинен 4кө чоң болсо, ал сандарды тапкыла.

Чыгаруу: Ал сандардын бири x саны болсун, анда экинчиси $x+4$ болот.

$$x(x+4) = 96,$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-96) = 16 + 384 = 400,$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-4 \pm 20}{2},$$

$$x_1 = \frac{-4+20}{2} = \frac{16}{2} = 8. \text{ Анда экинчи сан } 8+4=12 \text{ болот.}$$

Жообу: 8 жана 12 сандары.

79. Эки эксковатор бирге иштеп каналды 4 күндө тазалап бүтүшү. Эгерде алардын бири өзүнчө иштеп, ишти 6 күн эрте бүтүрө турган болсо, ар бири өз алдынча иштеп, каналды канча күндө тазалап бүтөт?

Чыгаруу: Биринчи эксковатор өз алдынча иштеп x күндө тазаласын, анда экинчи эксковатор $x - 6$ күндө тазалайт. Маселенин шарты боюнча $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$ болот

$$4(x - 6) + 4x = x(x - 6),$$

$$4x + 24 + 4x - x^2 + 6x = 0,$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0,$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 4 + 96 = 100,$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2},$$

$$x_1 = \frac{2+10}{2} = \frac{12}{2} = 6. \text{ Экинчиси } 6+6=12.$$

Жообу: 6 күн, 12 күн.

80. Удаалаш эки натуралдык сандын көбөйтүндүсү, алардын суммасынан 71ге чоң. Ал сандарды тапкыла.

Чыгаруу: Ал натуралдык сандар n жана $n+1$ болсун. Маселенин шарты боюнча

$$n(n + 1) = n + n + 1 + 71,$$

$$n^2 + n - 2n - 72 = 0,$$

$$n^2 - n - 72 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-72) = 1 + 288 = 289,$$

$$n_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{1 \pm 17}{2}.$$

$$n_1 = \frac{1+17}{2} = \frac{18}{2} = 9. \text{ Демек } n+1=9+1=10.$$

Жообу: 9 жана 10 сандары.

81. Поезд 1 саатка кечикпестен расписание боюнча келүү максатында жолдун калган 720 км болүгүндө ылдамдыгын 10 км/саатка арттырды. Поездин расписание боюнча ылдамдыгы кандай болгон?

Чыгаруу: Поездин алгачкы ылдамдыгы x км/саат болсун, анда ылдамдатылган ылдамдык $x+10$ км/саат болот. Маселенин шарты боюнча төмөнкүдөй теңдеме түзөбүз.

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1 \text{ саат,}$$

$$720(x + 10) - 720x = x(x + 10),$$

$$720x + 7200 - 720x = x^2 + 10x,$$

$$x^2 + 10x - 7200 = 0,$$

$$D = 100 - 4 \cdot 1 \cdot (-7200) = 100 + 28800 = 28900,$$

$$x_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{28900}}{2} = \frac{-10 \pm 170}{2},$$

$$x_1 = \frac{-10 + 170}{2} = \frac{160}{2} = 80 \text{ км/саат},$$

Жообу: 80 км/саат.

82. Эки жүк ташуучу машина шаардан 90 км аралыктагы кыштакка бир убакта жөнөдү. Машиналардын биринин ылдамдыгы 15 км/саатка чоңураак болгондуктан кыштакка $\frac{1}{2}$ саат мурда келди. Ар бир жүк ташуучу машинанын ылдамдыгын тапкыла.

Чыгаруу: Бир машинанын ылдамдыгы x км/саат болсун, анда экинчисиники $x+15$ км/саат болот. Маселенин шарты боюнча төмөнкүдөй теңдеме түзүлөт.

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+15} = \frac{1}{2},$$

$$2 \cdot 90(x + 15) - 2 \cdot 90x = x(x + 15)$$

$$180x + 2700 - 180x = x^2 + 15x,$$

$$x^2 + 15x - 2700 = 0,$$

$$D = 225 - 4 \cdot 1 \cdot (-2700) = 225 + 10800 = 11025,$$

$$x_{1/2} = \frac{-15 \pm \sqrt{11025}}{2} = \frac{-15 \pm 105}{2},$$

$$x_1 = \frac{-15 + 105}{2} = \frac{90}{2} = 45 \text{ км/саат},$$

Экинчисиники $45 + 15 = 60$ км/саат.

Жообу: 45 км/саат, 60 км/саат.

83. Катер агым боюнча 60 км, агымга каршы 32 км жүрүп, бардык жолго 5 саат сарптаган. Эгерде дарыянын агымынын ылдамдыгы 2 км/саат болсо, катердин өздүк ылдамдыгын тапкыла.

Чыгаруу: Катердин өздүк ылдамдыгы x км/саат болсун. Анда $x+2$ – катердин агым боюнча ылдамдыгы,

$x-2$ – катердин агымга каршы ылдамдыгы болот.

Маселенин шарты боюнча

$$\frac{60}{x+2} + \frac{32}{x-2} = 5 \text{ теңдемесин түзөбүз.}$$

$$60(x - 2) + 32(x + 2) = 5(x^2 - 4),$$

$$60x - 120 + 32x + 64 = 5x^2 - 20,$$

$$5x^2 - 92x + 36 = 0,$$

$$D = 8464 - 4 \cdot 5 \cdot 36 = 8464 - 720 = 7744,$$

$$x_{1/2} = \frac{92 \pm \sqrt{7744}}{10} = \frac{92 \pm 88}{10},$$

$$x_1 = \frac{92+88}{10} = \frac{180}{10} = 18 \text{ км/саат.}$$

Жообу: 18 км/саат.

84. Тик бурчтук формасындагы жердин аянты 2000 м^2 . Анын тосмосунун узундугу 180 м болгон болсо, жер аянтчасынын узун, туурасын тапкыла.

Чыгаруу: Жер аянтчасынын узун, туурасын x жана y менен белгилейли. Маселенин шарты боюнча $S = x \cdot y = 2000 \text{ м}^2$ жана $P = 2(x + y) = 180 \text{ м}$. Төмөндөгүдөй теңдемелер системасына ээ болобуз.

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ x \cdot y = 2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 90 - x \\ x(90 - x) = 2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 90 - x \\ 90x - x^2 = 2000 \end{cases}$$

$$x^2 - 90x + 2000 = 0 \text{ теңдемесин чыгарабыз.}$$

$$x_{1/2} = \frac{90 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{90 \pm 10}{2},$$

$$x_1 = \frac{90 + 10}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$x_2 = \frac{90 - 10}{2} = \frac{80}{2} = 40.$$

Жообу: 50 м , 40 м .

85. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы 15 см , ал эми катеттеринин бири экинчисинен 3 см ге узун болсо, анын катеттеринин узундуктарын тапкыла.

Чыгаруу: Катеттердин биринин узундугу $x \text{ см}$ болсун, анда экинчисинин узундугу $x+3 \text{ см}$ болот. Пифагордун теоремасы боюнча

$$x^2 + (x + 3)^2 = 15^2,$$

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225,$$

$$2x^2 + 6x - 216 = 0,$$

$$x^2 + 3x - 108 = 0,$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-108) = 9 + 432 = 441,$$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2},$$

$$x_1 = \frac{-3+21}{2} = \frac{18}{2} = 9.$$

Демек $x=9$ см, $9+3=12$ см.

Жообу: 9 см, 12 см.

86. Эки трактор жер аянтын 2 күндө айдап бүтөт. Эгерде өз алдынча айдашса бир трактор экинчисине караганда 3 күнгө тез бүтүрөт. Ар бир трактор өз алдынча айдаса жерди канча күндө айдап бүтө алат?

Чыгаруу: Биринчи трактор өз алдынча жерди x күндө айдап бүтсүн дейли, анда экинчиси $x+3$ күндө айдап бүтүрөт. Жумуштун көлөмүн 1 деп кабыл алсак, 1-трактор бир күндө жердин $1/x$ бөлүгүн айдайт. 2-трактор бир күндө $1/(x+3)$ бөлүгүн айдайт. Экөө биригип бир күндө жердин $1/2$ бөлүгүн айдайт. Маселенин шарты ылайык

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \text{ теңдемесин түзүп алабыз.}$$

$$2(x+3) + 2x = x(x+3),$$

$$2x + 6 + 2x = x^2 + 3x,$$

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25,$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2},$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3.$$

Экинчи трактор $3+3=6$ күн.

Демек 1-трактор 3 күндө, 2-трактор 6 күндө айдап бүтүрөт.

Жообу: 3 күн, 6 күн.

87. Тик бурчтуктун жактары 4:5 сыяктуу катышат. Эгерде тик бурчтуктун аянты 180 дм^2 болсо, анда анын жактарын тапкыла.

Чыгаруу: Тик бурчтуктун жактары x жана y болсун. Маселенин шарты боюнча $x:y=4:5$ жана $S = x \cdot y = 180 \text{ дм}^2$. Демек төмөнкүдөй теңдеме түзүүгө болот.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x \cdot y = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ x \cdot y = 180 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{5}y \cdot y = 180$$

$$y^2 = 180 : \frac{4}{5},$$

$$y^2 = 225,$$

$$y = 15 \text{ дм.}$$

$$x = \frac{4}{5} 15 = 12 \text{ дм.}$$

Жообу: 12 дм, 15 дм.

88. Эки орундуу санды түзгөн цифралардын бири экинчисинен 1ге чоң. Эгерде бул сандардын ордун алмаштырып, пайда болгон сан менен алгачкы санды көбөйтсөк 252 келип чыгат. Берилген санды тапкыла.

Чыгаруу: Берилген сандын цифраларынын бири x болсун дейли, анда экинчиси $x+1$ болот. Маселенин шарты боюнча

$$\frac{x(x+1)}{(x+1)x} = 10x + x + 1 = 11x + 1,$$

$$\frac{(x+1)x}{(x+1)x} = 10(x+1) + x = 11x + 10,$$

$$(11x+1)(11x+10) = 252 \text{ теңдемесине ээ болобуз.}$$

$$121x^2 + 121x - 242 = 0 \text{ (121ге бөлөбүз)}$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2},$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1,$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

Демек экинчи цифра $1+1=2$.

Жообу: 12 саны.

89. Эгер тик бурчтуктун узунун эки эсе кичирейтип, туурасын 1 см ге чоңойтсок, анда берилген тик бурчтуктун аянтынан 8 см^2 ка кичине болгон квадрат пайда болот. Квадраттын жагын тапкыла.

Чыгаруу: Тик бурчтуктун узуну x см, туурасы y см болсун дейли. Маселенин шарты боюнча узунун эки эсе кыскартсак $\frac{x}{2}$ см болот, туурасын 1 см ге чоңойтсок $y+1$ см болот.

Демек, $\frac{x}{2} = y + 1$ анткени алар квадраттын жактары.

$x \cdot y$ – тик бурчтуктун аянты болот.

$(y+1)^2$ – пайда болгон квадраттын аянты.

Анда томонкүдөй теңдемелер системасын түзүүгө болот.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = y + 1 \\ xy - (y+1)^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ (2y+2)y - (y^2 + 2y + 1) = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$2y^2 + 2y - y^2 - 2y - 1 = 8,$$

$$y^2 - 1 = 8$$

$$y^2 = 9,$$

$$y = \pm\sqrt{9}, \quad y_1 = 3, \quad y_2 = -3.$$

$$x = 2 \cdot 3 + 2 = 8 \text{ см.}$$

Квадраттын жагы $8/2=4$ см.

Жообу: Квадраттын жагы 4 см.

